NOV 2006

INTERROGATION DE MECANIQUE.

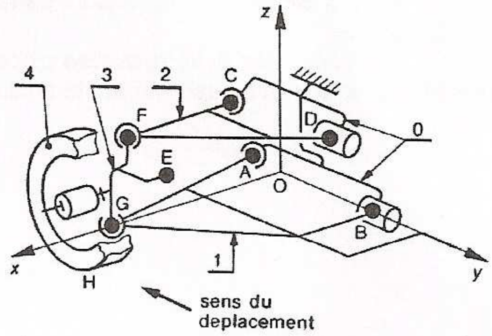
Durée 1h30

Cours autorisés.

Etude d'une suspension de véhicule double triangle.

On étudie la suspension représentée sur le schéma ci contre

Le système est constitué de 5 solides.



S_0 châssis

S_1 triangle bas

S_2 triangle haut

S_3 porte moyeu

S_4 roue

Données géométriques :

$\overrightarrow{OA} = -a\,\overrightarrow{y}$ $\overrightarrow{OB} = 2a\,\overrightarrow{y}$ $\overrightarrow{OC} = c\,\overrightarrow{x} + 4a\,\overrightarrow{z}$

$\overrightarrow{CD} = 2a\,\overrightarrow{y}$ $\overrightarrow{OG} = g\,\overrightarrow{x}$ $\overrightarrow{CF} = 2a\,\overrightarrow{x}$ $\overrightarrow{FE} = f\,\overrightarrow{y} - f\,\overrightarrow{z}$ $\overrightarrow{GH} = c\,\overrightarrow{x} - f\,\overrightarrow{z}$

Hypothèses :

- Le poids propre des pièces sera négligé devant les efforts transmis.
- Les liaisons en G, F, C et A sont des liaisons rotules. Les liaisons en D et B sont des liaisons linéaires annulaires.
- Les liaisons sont parfaites
- Le véhicule freine brusquement en ligne droite (S_3 +S_4 bloqués)
- Le torseur des efforts de Sol sur S_4 est donné en H par:

$$\left\{\mathcal{F}_{sol/4}\right\} : \left\{\begin{matrix} Hy\,\overrightarrow{y} + Hz\,\overrightarrow{z} \\ \overrightarrow{0} \end{matrix}\right\}$$

- La biellette de direction (non représentée) exerce sur S_3 une action inconnue dont le torseur en E est donné par:

$$\left\{\mathcal{F}_{\mathcal{E}/\mathcal{E}}\right\} : \left\{\begin{matrix} Ex\,\overrightarrow{x} \\ \overrightarrow{0} \end{matrix}\right\}$$

- Une barre de torsion (non représentée) exerce sur S_1 un couple $Ct\,\overrightarrow{y}$ inconnu ~~dont le torseur en O est donné par~~:

Questions :

1 – Faire le bilan global des équations et inconnues.

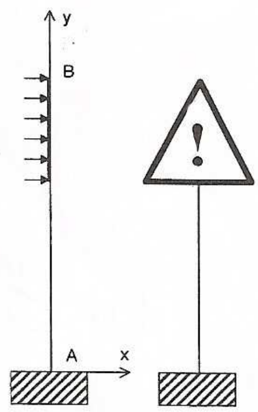
2 – Isoler l'ensemble 3+4 écrire les équations d'équilibre, on détaillera la démarche (moments en G).

3 – Isoler 1 écrire les équations d'équilibre, on détaillera la démarche (moments en A)

4 – Isoler 2 écrire les équations d'équilibre, on détaillera la démarche (moments en C).

(On ne demande pas de résoudre)

Etude d'un panneau routier.



On désire déterminer le torseur des efforts intérieurs de cohésion dans le mat du panneau ci contre.

La force du vent exerce une pression constante p sur le triangle.

Données géométriques :

AB = a

Le triangle équilatéral de coté c.

Le triangle est soudé au mat.

On réalise l'étude dans le plan de symétrie $(A, \overrightarrow{x}, \overrightarrow{y})$

Hypothèses :

- Le poids propre des pièces est négligé devant les efforts transmis.

Questions :

1 – Déterminer le torseur des actions du vent sur le triangle.

2 – Déterminer les actions du sol sur le mat.

3 – Donner l'expression du torseur des efforts intérieurs de cohésion dans le mat entre A et B en fonction de p et de y.

Nom

Gr :

Etude d'un panier de basket.

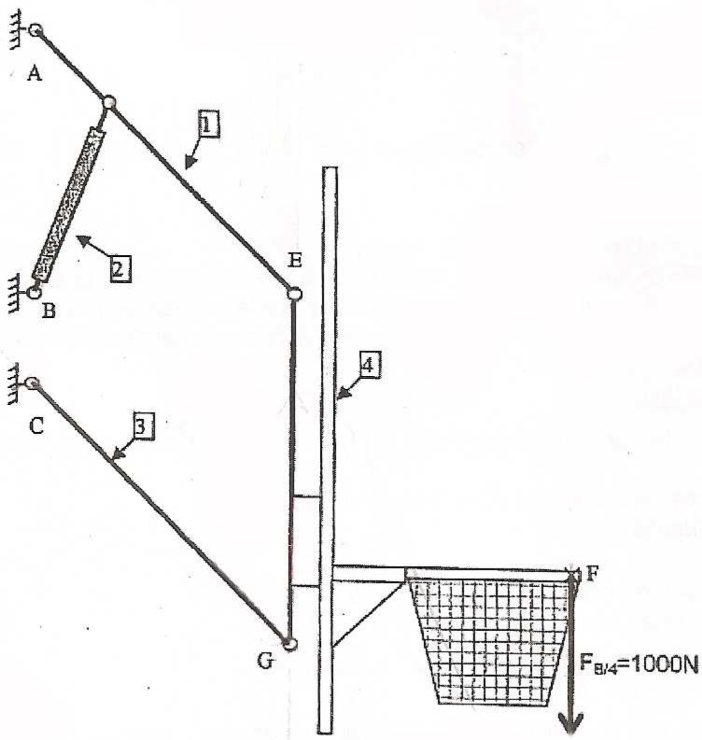
Le système permet de régler la hauteur des paniers de basket.

Hypothèses :

- Système en équilibre.
- L'effort exercé par un joueur est : 100 daN appliqué en F.
- Le poids propre des pièces est négligeable devant les efforts transmis.
- Toutes les liaisons pivots sont parfaites.

Questions.

1 – Déterminer les actions sur les pièces 1, 2, 3 et 4. Bien détailler la démarche. Choisir une échelle pour les efforts et résoudre graphiquement sur la feuille.



On isole 3+4 :

$$\{\mathcal{F}_{sol/4}\}_H : \begin{Bmatrix} H_y\vec{y} + H_z\vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix} \{\mathcal{F}_{6/3}\}_E : \begin{Bmatrix} E_x\vec{x} \\ \vec{0} \end{Bmatrix} \{\mathcal{F}_{2/3}\}_F : \begin{Bmatrix} F_x\vec{x} + F_y\vec{y} + F_z\vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix} \{\mathcal{F}_{1/3}\}_G : \begin{Bmatrix} G_x\vec{x} + G_y\vec{y} + G_z\vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$$

Equations de la résultante :

$$\boxed{E_x + F_x + G_x = 0 \qquad H_y + F_y + G_y = 0 \qquad H_Z + F_Z + G_Z = 0}$$

Equation de moment en G

$$\overrightarrow{GH} \wedge (H_y\vec{y} + H_z\vec{z})\ (\overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CF}) \wedge (F_x\vec{x} + F_y\vec{y} + F_z\vec{z})\ (\overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CF} + \overrightarrow{FE}) + \wedge(E_x\vec{x})$$

$$\begin{bmatrix} c \\ 0 \\ -f \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} 0 \\ H_y \\ H_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -g+c+2a \\ 0 \\ 4a \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -g+c+2a \\ f \\ -f+4a \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} E_x \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\boxed{f\,H_y - 4a\,F_y = 0 \qquad -c\,H_z + 4a\,F_x - (-g+c+2a)\,F_z + (-f+4a)\,E_x = 0 \qquad c\,H_y + (-g+c+2a)\,F_y - f\,E_y = 0}$$

On isole 1 :

$$\{\mathcal{F}_{0/1}\}_A : \begin{Bmatrix} A_x\vec{x} + A_y\vec{y} + A_z\vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix} \{\mathcal{F}'_{0/1}\}_B : \begin{Bmatrix} B_x\vec{x} + B_z\vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix} \{\mathcal{F}_{3/1}\}_G : \begin{Bmatrix} -G_x\vec{x} - G_y\vec{y} - G_z\vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix} \{\mathcal{F}_{barre/1}\}_B : \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ C_T\vec{y} \end{Bmatrix}$$

Equations de la résultante :

$$\boxed{A_x + B_x - G_x = 0 \qquad A_y - G_y = 0 \qquad A_Z + B_Z - G_Z = 0}$$

Equation de moment en A

$$(\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}) \wedge (B_x\vec{x} + B_z\vec{z})\ (\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OG}) + \wedge(-G_x\vec{x} - G_y\vec{y} - G_z\vec{z})$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ +a+2a \\ 0 \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} B_x \\ 0 \\ B_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g \\ a \\ 0 \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} -G_x \\ -G_y \\ -G_z \end{bmatrix}$$

$$\boxed{3a\ B_z - a\,G_z = 0 \qquad g\,G_z + C_T = 0 \qquad -3a\,B_x - g\,G_y + a\,G_x = 0}$$

On isole 2 :

$$\{\mathcal{F}_{0/2}\}_C : \begin{Bmatrix} C_x\vec{x} + C_y\vec{y} + C_z\vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix} \{\mathcal{F}'_{0/2}\}_D : \begin{Bmatrix} D_x\vec{x} + D_z\vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix} \{\mathcal{F}_{3/2}\}_F : \begin{Bmatrix} -F_x\vec{x} - F_y\vec{y} - F_z\vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$$

Equations de la résultante :

$$\boxed{C_x + D_x - F_x = 0 \qquad C_y - F_y = 0 \qquad C_Z + D_Z - G_Z = 0}$$

Equation de moment en C

$$\overrightarrow{CD} \wedge (D_x\vec{x} + F_z\vec{z})\ \overrightarrow{CF} + \wedge(-F_x\vec{x} - F_y\vec{y} - F_z\vec{z})$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 2a \\ 0 \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} D_x \\ 0 \\ D_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2a \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} -F_x \\ -F_y \\ -F_z \end{bmatrix}$$

$$\boxed{2a\ D_z = 0 \qquad +2a\,F_z = 0 \qquad -2a\,D_x - 2a\,F_y = 0}$$

Actions sur le panneau :

$\{\mathcal{F}_{vent/panneau}\}_G : \begin{Bmatrix} R_F\vec{x} = p\,c\dfrac{h}{2}\vec{x} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$ Hauteur du panneau $\boxed{h = c\dfrac{\sqrt{3}}{2}}$ position de G par rapport à A $\boxed{c\dfrac{2\sqrt{3}}{6}}$;

$$\{\mathcal{F}_{sol/mat}\}_A : \begin{Bmatrix} R_A\vec{x} = -p\,c\dfrac{h}{2}\vec{x} = -p\,c^2\dfrac{\sqrt{3}}{4}\vec{x} \\ M_A\vec{z} = p\,c\dfrac{h}{2}(a - \dfrac{2h}{3})\vec{z} = p\,c^2\dfrac{\sqrt{3}}{4}(a - c\dfrac{2\sqrt{3}}{3})\vec{z} \end{Bmatrix}$$

Efforts intérieurs :

pour $\boxed{y < a - c\dfrac{\sqrt{3}}{2}}$ $\{\mathcal{F}_{mat^+/mat^-}\}_P : \begin{Bmatrix} T\,\vec{x} + N\,\vec{y} \\ mf\,\vec{z} \end{Bmatrix} : \begin{Bmatrix} p\,c^2\dfrac{\sqrt{3}}{4}\vec{x} \\ -p\,c^2\dfrac{\sqrt{3}}{4}(a - y - c\dfrac{2\sqrt{3}}{3})\vec{z} \end{Bmatrix}$

pour $\boxed{y > a - c\dfrac{\sqrt{3}}{2}}$ $\{\mathcal{F}_{mat^+/mat^-}\}_P : \begin{Bmatrix} T\,\vec{x} + N\,\vec{y} \\ mf\,\vec{z} \end{Bmatrix}$

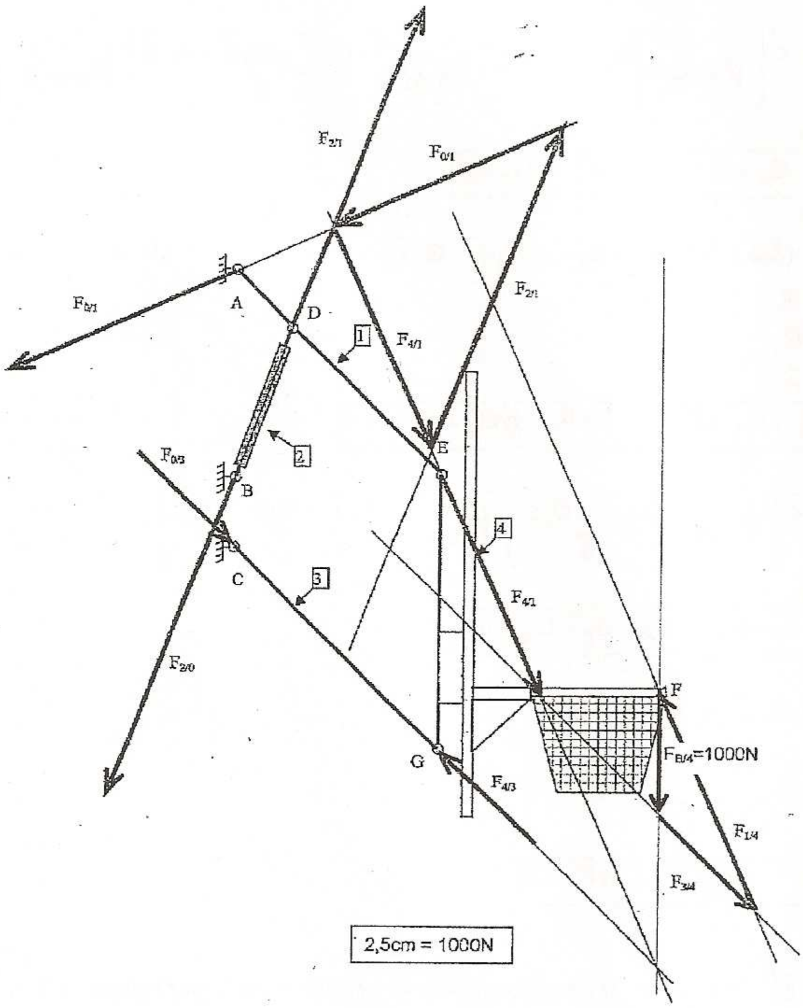
$$T=-R_A-2\int_{a-h}^{y}p\tan\frac{\pi}{6}(a-y')dy'=-R_A-2\left[p\tan\frac{\pi}{6}\frac{(a-y')^2}{2}\right]_{a-h}^{y}$$

$$=-R_A-2\,p\tan\frac{\pi}{6}\left(\frac{(a-y)^2}{2}-\frac{(a-a+h)^2}{2}\right)=-R_A-2\,p\tan\frac{\pi}{6}\left(\frac{(a-y)^2-h^2}{2}\right)=\frac{\sqrt{3}\,p\,(y-a)^2}{3}$$

$$mf=-M_A-R_AY-2\int_{a-h}^{y}p\tan\frac{\pi}{6}(a-y')(y-y')dy'=-M_A+2p\tan\frac{\pi}{6}\int_{a-h}^{y}(ay-ay'-yy'+y'^2)dy'$$

$$=-M_A-R_AY-2\,p\tan\frac{\pi}{6}\left[ayy'-\frac{(a+y)y'^2}{2}+\frac{y'^3}{3}\right]_{a-h}^{y}$$

$$=-M_A-R_AY-2p\tan\frac{\pi}{6}\left(ay(y-a+h)-\frac{(a+y)\left(y^2-(a-h)^2\right)}{2}-\frac{y^3-(a-h)^3}{3}\right)=p\frac{\sqrt{3}\,(y-a)^3}{9}$$



- Démarche :
  - On isole 3, soumis à 2 forces, on en déduit la direction de ces forces et le fait qu'elles sont opposées
  - On isole 4, soumis à 3 forces, on connaît le point de concourance et $F_{B/4}$ donc on peut tout résoudre.
  - On isole 2, soumis à 2 forces, on en déduit la direction de ces forces et le fait qu'elles sont opposées
  - On isole1, soumis à 3 forces, on connaît le point de concourance et $F_{4/1}$ donc on peut résoudre

- $\begin{cases} F_A \approx 2080N \\ F_B \approx 2800N \\ F_C \approx 1120N \end{cases}$

w := 1/3*3^(1/2)*p*(Y-a)^2