\
sujets p 189 Poly TD Magnéto. Pb I
et p 88 " " " ondes Pb II 1

CORRIGE et BARÊME

DS Physique 2ème Année du 24 Janvier 2003

Problème 1 : **24 pts** (1ère partie : 12,5 pts, 2ème partie : 11,5 pts)
Problème 2 : **8 pts**
Total : **32 pts**

PROBLEME I – MOTEUR ASYNCHRONE

I. PREMIERE PARTIE : PRODUCTION D'UN CHAMP TOURNANT

I.1) $\vec{B} = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}\vec{u}_\theta$ ------------exiger la démonstration------------ 1,5

I.2.1) Soit M un point de l'axe z : les plan (M, $\mathbf{u_x}$, $\mathbf{u_z}$) et (M, $\mathbf{u_y}$, $\mathbf{u_z}$) sont des plans d'antisymétrie de la distribution de courant $\Rightarrow$ en M le champ appartient à ces deux plans --- 0,5
et est donc selon l'axe z.
(attention : **mettre 0/0,5** pour xOy est plan de symétrie donc **B** suivant Oz)

I.2.2) $\vec{B} = \dfrac{\mu_0 I}{\pi}\dfrac{D}{D^2+z^2}\vec{u}_z$ ------------(points à moduler suivant les erreurs)------------ 1,5

I.3.1) $I_b = jab \Rightarrow dI_b = jadz = I_b dz/b$ ------------ 0,5

I.3.2) $d\vec{B} = \dfrac{\mu_0 I_b dz}{\pi b}\dfrac{D}{D^2+z^2}\vec{u}_z$ ------------ 0,5

I.3.3) $\vec{B} = \displaystyle\int_{-b/2}^{b/2} d\vec{B} = \int_{-b/2}^{b/2}\frac{\mu_0 I_b dz}{\pi b}\frac{D}{D^2+z^2}\vec{u}_z = \frac{\mu_0 I_b}{\pi b}\int_{-b/2D}^{b/2D}\frac{du}{1+u^2}\vec{u}_z = \frac{2\mu_0 I_b}{\pi b}Arc\tan\left(\frac{b}{2D}\right)\vec{u}_z$

$\Rightarrow \vec{B} = KI_b\vec{u}_z$ avec $K = \dfrac{2\mu_0}{\pi b}Arc\tan\left(\dfrac{b}{2D}\right)$ ------------ 1

(**Exiger résultat exact sinon 0/1** – beaucoup d'étudiants ont fait une erreur dans le changement de variable et obtiennent le coefficient D au dénominateur, le résultat n'est alors pas homogène).

I.3.4) $\vec{B} \xrightarrow[b\to\infty]{} \dfrac{\mu_0 I_b}{b}\vec{u}_z$ ----(**mettre 0,5/0,5** si cohérent avec I.3.3 - arctan tend vers π/2)------------ 0,5
champ créé entre deux nappes de courant infinies ------------ 0,5

I.3.5) $K = 7{,}61.\,10^{-6}$ TA^{-1} ------------ 0,25
$B=3{,}81.10^{-3}$ T ------------ 0,25
(Mettre **0/0,5** si résultats numériques faux même si cohérents)

I.4.1) Le vecteur unitaire $\vec{u}_k$ oriente l'axe Δ_k.
$\forall k = 1,2 \; ou \; 3 \quad \vec{B}_k = Kni\vec{u}_k$;
comme $\mathbf{u_1} + \mathbf{u_2} + \mathbf{u_3} = \mathbf{0} \Rightarrow \mathbf{B_T} = \mathbf{0}$ ------------ 1

I.4.2) $\mathbf{u_1} = \mathbf{u_z}$

$\mathbf{u_2} = \cos(-5\pi/6)\,\mathbf{u_y} + \sin(-5\pi/6)\,\mathbf{u_z} = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}\mathbf{u_y} - \dfrac{1}{2}\mathbf{u_z}$ ------------ 0,5

$\mathbf{u_3} = \cos(-\pi/6)\,\mathbf{u_y} + \sin(-\pi/6)\,\mathbf{u_z} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}\mathbf{u_y} - \dfrac{1}{2}\mathbf{u_z}$ ------------ 0,5

$$B_y = KnI\left(\cos(-5\pi/6)\cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) + \cos(-\pi/6)\cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right)\right)$$

$$= KnI\frac{\sqrt{3}}{2}\left(\cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) - \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)\right)$$

$$= KnI\frac{\sqrt{3}}{2}\left(\cos(\omega t)\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) + \sin(\omega t)\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right) - \cos(\omega t)\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) - \sin(\omega t)\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right)$$ ------------- 1

$$= KnI\frac{\sqrt{3}}{2}\times 2\sin(\omega t)\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right) = -\frac{3}{2}Kni\sin(\omega t)$$

$$= \frac{3}{2}KnI\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$B_z = KnI\left(\cos(\omega t) + \sin(-5\pi/6)\cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) + \sin(-\pi/6)\cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right)\right)$$

$$= KnI\left(\cos(\omega t) - \frac{1}{2}\cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) - \frac{1}{2}\cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)\right)$$

$$= KnI\left(\cos(\omega t) - \frac{1}{2}\cos(\omega t)\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) - \frac{1}{2}\sin(\omega t)\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right) - \frac{1}{2}\cos(\omega t)\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) - \frac{1}{2}\sin(\omega t)\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right)$$ -- 1

$$= KnI\left(\cos(\omega t) - \cos(\omega t)\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right)\right)$$

$$= \frac{3}{2}KnI\cos(\omega t)$$

$$= \frac{3}{2}KnI\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Pour les 3 points précédents, adapter et moduler le barème suivant les résultats intermédiaires et la méthode utilisée.

$B_M = 3KnI/2$ -- 0,5
$\Omega_B = \omega$ ---0,5

I.4.3) $\Omega_B = \omega = 314{,}16$ rad s^{-1} -- 0,25
$B_M=5{,}14\ 10^{-3}$ T --- 0,25

TOTAL 1ère Partie : 12,5 points

II. DEUXIEME PARTIE : MOTEUR ASYNCHRONE

$\vec{M} = \cos\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)\vec{y} + \cos\theta\,\vec{z} = -\sin\theta\,\vec{y} + \cos\theta\,\vec{z}$

II.1.1) $\theta(t)=\Omega_r t+\theta_0$

Soit $\vec{n}$ le vecteur unitaire normal au cadre (compatible avec l'orientation du cadre) $\Rightarrow$

$(\vec{B}_T,\vec{n}) = \frac{\pi}{2}+\theta(t)-\frac{\pi}{2}-\Omega_B t=\theta(t)-\Omega_B t=(\Omega_r-\Omega_B)+\theta_0$ (avec $\Omega_B = \omega$) ------------------------------------ 0,5

$\phi = \mathbf{B_T}.(d\,\ell\,\mathbf{n}) = B_M d\,\ell\cos(\Omega_B t-\theta(t)) = \Phi_0\cos((\Omega_B - \Omega_r)t-\theta_0)$ -- 1

Certains étudiants ont utilisé les composantes de B_T et n pour faire le produit scalaire.
Evidemment mettre les points, si résultat juste

II.1.2) $i_c=\frac{1}{R_c}\times\left(-\frac{d\phi}{dt}\right)$ -- 0,5

$i_c=\frac{\phi_0(\Omega_B-\Omega_r)}{R_c}\sin((\Omega_B-\Omega_r)t-\theta_0)$ -- 0,5

$\Rightarrow \omega_c = \Omega_B - \Omega_r$ -- 0,5

II.1.3) Le cadre a un moment magnétique $\vec{M} = ldi_c\vec{n}$ -- 0,5

II.1.4) $\vec{\Gamma} = \vec{M} \wedge \vec{B}_T$ -- 0,5

Attention, on ne peut pas utiliser $\Gamma=i_C\frac{d\phi}{d\theta}$ car θ n'est pas l'angle entre **B** et **n**.

l'angle entre B et $\vec{u}_c$ est $(\Omega_r-\Omega_B)+\theta_0$

$\vec{\Gamma} = \frac{\phi_0^2(\Omega_B-\Omega_r)}{R_c}\sin^2((\Omega_B-\Omega_r)t-\theta_0)\vec{u}_x$ -- 0,5

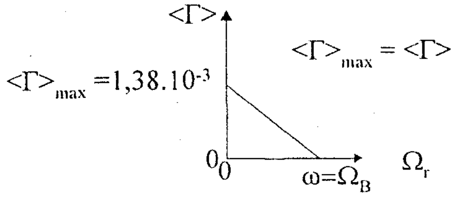
$\Rightarrow \langle\vec{\Gamma}\rangle = \frac{\phi_0^2(\Omega_B-\Omega_r)}{2R_c}\vec{u}_x$ -- 0,5

II.1.5) Pour que le dispositif fonctionne en moteur, il faut $\Omega_B>\Omega_r$. -- 0,5

II.1.6) si $\Omega_B=\Omega_r \Rightarrow \langle\Gamma\rangle = 0$ -- 0,5

Résultat prévisible car dans ce cas le flux de $\mathbf{B_T}$ à travers le cadre ne change pas
⇒ pas de phénomène d'induction. -- 0,5

II.1.7) $\phi_0 = 5{,}14.10^{-15}$ Wb -- 0,5



$\langle\Gamma\rangle_{max} = \langle\Gamma\rangle_{(\Omega r=0)} = \Phi_0^2\omega/(2R_C)$

-- 0,5

II.2.1) $J\frac{d\Omega_r}{dt}=\langle\Gamma\rangle+\Gamma_R=\langle\Gamma\rangle-C=\frac{\phi_0^2(\Omega_B-\Omega_r)}{2R_c}-C$ -- 0,5

$\Rightarrow\frac{d\Omega_r}{dt}+\frac{\phi_0^2}{2JR_c}\Omega_r=\frac{\phi_0^2}{2JR_c}\Omega_B-\frac{C}{J}$ -- 0,5

II.2.2) $\Omega_r=Ke^{-\frac{\phi_0^2}{2R_cJ}t}+(\Omega_r)_p$ -- 0,5

En régime permanent $\frac{d\Omega_r}{dt}=0$ soit $(\Omega_r)_p=\left(\Omega_B-\frac{2R_c}{\phi_0^2}C\right)$ -- 0,5

Condition initiale : à t = 0, $\Omega_r = 0$ soit $K=-\left(\Omega_B-\frac{2R_c}{\phi_0^2}C\right)$ -- 0,5

Finalement $\Omega_r = \left(\Omega_B - \frac{2R_c}{\phi_0^2}C\right)\left(1-e^{-\frac{\phi_0^2}{2R_cJ}t}\right)$ -- 0,5

$\Omega_r \xrightarrow[t\to\infty]{} \Omega_B - \frac{2R_c}{\phi_0^2}C$ -- 0,5

Pour II.2.1 et II.2.2 : si erreur sur d'un facteur multiplicatif sur <Γ>, mais démarche juste, mettre les points.

II.2.3) $\tau = \frac{2R_cJ}{\phi_0^2} = 0{,}908s$ -- 0,5

TOTAL 2ème Partie : 11,5 pts

TOTAL Problème I : 24 pts

JS 1 juin 2003

PROBLEME II – PROPAGATION DE L'ENERGIE LE LONG D'UNE CORDE TENDUE

II.1- $\sum F_{ext}=m_\ell dx\dfrac{\partial^2 u_y}{\partial t^2}$ -- 0,5

$\sum F_{ext}=F_y(x+dx)-F_y(x)$ -----------mettre 0 si signe faux --- 0,5

$F_y(x+dx)-F_y(x)=\dfrac{\partial F_y}{\partial x}dx=T\dfrac{\partial^2 u_y}{\partial x^2}dx$ --- 0,5

soit $\dfrac{\partial^2 u_y}{\partial x^2}=\dfrac{m_\ell}{T}\dfrac{\partial^2 u_y}{\partial t^2}=\dfrac{1}{V^2}\dfrac{\partial^2 u_y}{\partial t^2}$ avec $V=\sqrt{\dfrac{T}{m_\ell}}$ -- 0,5

Mettre les 2 points si l'étudiant a refait la démonstration complète faite en TD.

II.2 - $u_y(x, t) = f(x - Vt)$ ou $u_y(x, t) = f(t - x/V)$ ----(si solution harmonique, mettre **0/0,5**)---------- 0,5

$\dfrac{\partial u_y}{\partial t}=Vf\,'(x-Vt)$ et $\dfrac{\partial u_y}{\partial x}=f\,'(x-Vt)$ soit $\dfrac{\partial u_y}{\partial x}=-\dfrac{1}{V}\dfrac{\partial u_y}{\partial t}$ ------------------------------------ 0,5

$F_y=T\dfrac{\partial u_y}{\partial x}=-\dfrac{T}{V}\dfrac{\partial u_y}{\partial t}=-Z_m\dfrac{\partial u_y}{\partial t}$ avec $Z_m=\dfrac{T}{V}=m_\ell V$ $(=\sqrt{m_\ell T})$ ---------------------------------- 0,5

Si démonstration correcte faite en régime harmonique, mettre **0,5/1,5**.

II.3 – $e_c=\dfrac{1}{2}m_\ell(\dot{u}_y)^2=\dfrac{1}{2}m_\ell(\dfrac{\partial u_y}{\partial t})^2$ -- 0,5

Avec $\dfrac{\partial u_y}{\partial t}=-V\dfrac{\partial u_y}{\partial x}$ et $V=\sqrt{\dfrac{T}{m_\ell}}$, $e_c=\dfrac{1}{2}m_\ell V^2(\dfrac{\partial u_y}{\partial x})^2=\dfrac{T}{2}\left(\dfrac{\partial u_y}{\partial x}\right)^2=e_u$ ------------------------ 1

Ou avec $\dfrac{\partial u_y}{\partial x}=-\dfrac{1}{V}\dfrac{\partial u_y}{\partial t}$ et $V=\sqrt{\dfrac{T}{m_\ell}}$, $e_u=\dfrac{T}{2}\dfrac{1}{V^2}(\dfrac{\partial u_y}{\partial t})^2=\dfrac{m_\ell}{2}\left(\dfrac{\partial u_y}{\partial t}\right)^2=e_c$

$e_t=e_c+e_u=2e_c=2e_u \Rightarrow e_t=m_\ell\left(\dfrac{\partial u_y}{\partial t}\right)^2$ -- 0,5

II.4 - a) $p(t)=\dfrac{énergie-contenue-dans-l'élément-de-corde-de-longueur-Vdt}{dt}$ -------------------- 0,5

$p(t)=\dfrac{e_t Vdt}{dt}=Ve_t$ --- 0,5

soit $p(t)=\sqrt{Tm_\ell}\left(\dfrac{\partial u_y}{\partial t}\right)^2$ ou $Z_m\left(\dfrac{\partial u_y}{\partial t}\right)^2$ -- 0,5

b) $p(t)=-F_y(x)\dot{u}_y=Z_m\left(\dfrac{\partial u_y}{\partial t}\right)\left(\dfrac{\partial u_y}{\partial t}\right)$ ----------Mettre 0 si erreur de signe------------------------- 0,5

soit $p(t)=Z_m\left(\dfrac{\partial u_y}{\partial t}\right)^2=\sqrt{Tm_\ell}\left(\dfrac{\partial u_y}{\partial t}\right)^2$ -- 0,5

TOTAL Problème II : 8 pts

TOTAL : Problème I + Problème II : 32 pts

Le coefficient pour ramener la note sur 20 vous sera communiqué ultérieurement.