Devoir de Synthèse de Physique

19 Janvier 2004

Durée : 3h

Barème approximatif : Problème 1 : 14 points ; Problème 2 : 6 points

Problème 1 : Anneau de Thomson

Un dispositif expérimental dû à Thomson est composé d'un solénoïde vertical de longueur d , de rayon ρ , comportant N spires jointives, et traversé par un cylindre en fer doux. Le rayon du cylindre sera considéré comme égal au rayon ρ du solénoïde.

Sur ce noyau de fer qui dépasse du solénoïde, on enfle un anneau cylindrique métallique de rayon intérieur ρ , de diamètre extérieur $\rho' = \rho + a$ ($a \ll \rho$), de hauteur h très faible et de section rectangulaire (Figure 1).

Figure 1

Figure 2

En l'absence de courant dans le solénoïde, l'anneau repose sur la face supérieure du solénoïde.

Dans tout le problème, on utilisera la base locale des coordonnées cylindriques $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$, l'origine O des altitudes suivant z étant prise au niveau de la face supérieure du solénoïde.

Données numériques pour l'ensemble du problème :

$\rho = 3 \text{ cm}$; $d = 13 \text{ cm}$; $m = 15,8 \text{ g}$; $N = 320$; $\mu_r = 100$; $I_0 = 5 \text{ A}$; $R = 0,19 \times 10^{-3} \Omega$; $f = 50 \text{ Hz}$;
 $L = 16,8 \times 10^{-6} \text{ H}$, $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ F/m}$.

I. Etude du champ magnétique créé par le solénoïde dans le cylindre en fer doux

Le cylindre en fer doux est considéré comme un matériau magnétique parfait de perméabilité magnétique relative μ_r avec $\mu_r \gg 1$, et de faible conductivité. On néglige l'influence des courants induits dans le fer. Lorsque le solénoïde est parcouru par un courant i variable, on admettra qu'il crée en un point M de l'axe Oz du cylindre (intérieur ou extérieur au solénoïde), un champ magnétique $\vec{B}$ donné par l'expression des états quasi-permanents, soit :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu_r n i}{2} (\cos \beta_1 - \cos \beta_2) \vec{u}_z$$

où n est le nombre de spires par unité de longueur, β_1 et β_2 les angles orientés définis sur la figure 2.

μ_r étant très supérieur à 1, on considèrera que le champ magnétique créé à l'extérieur du cylindre est négligeable.

I-1- On considère un point M du cylindre situé sur l'axe Oz , à la distance $z = OM$ positive de la face de sortie du solénoïde (Figure 2). Montrer que le champ magnétique au point M peut se mettre sous la forme $\vec{B}(z) = C i F(z) \vec{u}_z$ où la fonction $F(z)$ ne dépend que de d , ρ et z . On exprimera la constante C en fonction de N , d , μ_0 et μ_r .

I-2- On considère un point P voisin de M dans un plan perpendiculaire à l'axe du solénoïde, et repéré par sa distance r à l'axe.

a) Dans un repère de coordonnées cylindriques d'axe Oz , que peut-on dire de la composante $B_\theta(P)$?

Justifier votre réponse.

b) La fonction $B_z(r)$ étant paire, on peut montrer que si $r \ll \rho$ (r proche de 0), on peut écrire au second ordre près, $B_z(P) \approx B_z(M)$. Dans la suite du problème, on considèrera que la composante B_z est uniforme sur toute section du cylindre perpendiculaire à l'axe Oz .

En utilisant la propriété de conservation du flux de $\vec{B}$, on peut montrer que $\vec{B}_r(P) = -\frac{r}{2} C i \frac{dF}{dz} \vec{u}_r$. Donner sans calculs, par un raisonnement qualitatif, le signe de

$\frac{dF}{dz}$ pour $z > 0$. Dans le cas où i est un courant constant positif, faire un schéma représentant la direction et le sens du champ magnétique sur l'axe Oz , et pour deux points du cylindre symétriques par rapport à l'axe Oz , à une altitude z quelconque.

II - Phénomènes d'induction dans l'anneau

Dans un premier temps, on néglige l'épaisseur a et la hauteur h de l'anneau, qui est alors assimilé à une spire de rayon ρ . On oriente le solénoïde et l'anneau dans le même sens, celui du vecteur $\vec{u}_\theta$.

II-1- Le courant i dans le solénoïde est supposé constant et égal à I_0 . On rappelle que la composante B_z du champ magnétique est supposée uniforme sur toute la surface de la spire et a pour valeur, sa valeur sur l'axe Oz .

a) Donner alors l'expression du flux ϕ du champ magnétique à travers l'anneau placé à l'altitude z .

b) Décrire et donner une interprétation qualitative des phénomènes qui interviennent lors de l'établissement du courant.

II-2- On suppose maintenant qu'un courant sinusoïdal $i(t) = I_0 \sin(\omega t)$ de fréquence f , circule dans le solénoïde.

- Donner l'expression de $B_z(P)$, de $B_r(P)$ ainsi que la nouvelle expression du flux $\phi(t)$.
- Précisez les deux facteurs qui peuvent être à l'origine d'une variation de ce flux au cours du temps.

II-3- a) Donner l'expression de la force électromotrice d'induction mutuelle $e(t)$ induite dans l'anneau dans le cas général (anneau mobile), en fonction de $F(z)$, $\frac{dF}{dz}$ et $\frac{dz}{dt}$.

Dans toute la suite du problème, on supposera que l'anneau est dans la position initiale en $z = 0$, ou dans une position d'équilibre en $z = z_e$ (anneau immobile) que l'on étudiera en II-5.

b) Montrer que pour ces deux positions de l'anneau, la force électromotrice $e(t)$ induite dans l'anneau s'exprime sous la forme simple :

$$e(t) = e_0 F(z) \cos(\omega t)$$

Donner l'expression de e_0 en fonction de C , I_0 , ω et ρ . Calculer la valeur numérique de e_0 .

II-4- Question indépendante

Afin de tenir compte des pertes d'énergie par effet Joule et du flux propre, on suppose que l'anneau a une résistance ohmique R et une inductance propre L .

- Donner l'équation différentielle qui régit le **courant induit $i'(t)$ circulant dans l'anneau**.
- En régime sinusoïdal permanent, mettre la solution sous la forme $i'(t) = I'_0 F(z) \cos(\omega t - \psi)$ et donner les expressions de I'_0 et ψ en fonction de e_0 , L , R et ω . Calculer numériquement I'_0 et ψ avec les données de l'énoncé.

II-5- a) Donner l'expression de la force de Laplace élémentaire $d\vec{f}_L(z,t)$ qui agit sur un tronçon orienté de l'anneau à la distance z du solénoïde.

Montrer que $\vec{f}_L(z,t)$ peut s'écrire sous la forme $\vec{f}_L = \alpha F(z) \frac{dF}{dz} G(t) \vec{v}$, α étant une constante que l'on exprimera en fonction de ρ , I_0 , I'_0 et C , $\vec{v}$ étant un vecteur unitaire que l'on précisera. On donnera également l'expression de $G(t)$.

b) On rappelle que la valeur moyenne, $\langle G(t) \rangle$, d'une fonction $G(t)$ sur une période $T = 2\pi/\omega$ est définie par :

$$\langle G(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T G(t) dt$$

Calculer cette valeur moyenne pour $G(t)$ en fonction de ψ puis en fonction de R , L et ω .

En déduire la valeur moyenne temporelle de la force de Laplace, notée $\langle \vec{f}_L \rangle$, lorsque l'anneau est dans la position $z = 0$ ou $z = z_e$. Quel est le sens de $\langle \vec{f}_L \rangle$? Que vaut cette force moyenne si on néglige les phénomènes d'auto-induction ?

II-6- On suppose que l'anneau a une masse m . Ecrire, sans la résoudre, l'équation qui permettrait de déterminer la valeur numérique de la position d'équilibre z_e .

Avec les données numériques de l'énoncé, on obtient la position d'équilibre à l'altitude $z_e = 5,3$ cm.

Quelle est la valeur de $\langle \vec{f}_L \rangle$ à $z = 0$?

La position $z = 0$ est-elle une position d'équilibre ? Justifier votre réponse.

III- Effet Joule associé aux courants induits – (Question indépendante)

On suppose que l'anneau placé dans le champ magnétique $B_z = B_0 F(z) \sin(\omega t)$, lévite à la position d'équilibre z_e . On ne néglige plus l'épaisseur a de l'anneau et on souhaite évaluer les pertes par effet Joule associées aux courants induits dans l'anneau. On suppose que la hauteur h de l'anneau est suffisamment faible pour que l'on puisse considérer l'anneau entier placé à l'altitude z_e . L'anneau a une conductivité électrique γ .

III-1- On admet que le champ électrique induit à l'intérieur de l'anneau, c'est-à-dire pour

$\rho < r < \rho + a$, peut s'écrire $\vec{E} = E(r, z_e) \vec{u}_\theta$.

On rappelle qu'on considère négligeable le champ magnétique extérieur au cylindre en fer doux. En appliquant le théorème de Stokes, calculer alors le champ électrique induit en

fonction de ρ , r , ω , B_0 et $F(z_e)$ puis calculer la densité de courant induite $\vec{j}$.

III-2- On rappelle que la puissance dissipée par unité de volume a pour expression

$$\frac{dP}{d\tau} = \vec{j} \cdot \vec{E}.$$

Calculer $\frac{dP}{d\tau}$ ainsi que sa valeur moyenne temporelle, notée $\langle \frac{dP}{d\tau} \rangle$. En déduire la puissance moyenne temporelle totale dissipée par effet Joule dans le conducteur. L'effet Joule est-il homogène dans tout l'anneau ?

Génération d'une onde sur une corde tendue (PARTIE DU DS 2004 - 1^{er} SEMESTRE)

La figure 3 représente le dispositif permettant de générer une onde le long d'une corde tendue à partir d'un système oscillant masse-ressorts. Dans ce montage, la masse M se déplace sans frottement parallèlement à l'axe Oy . Son déplacement est noté $u_M(t)$. Cette masse est reliée, d'une part, à deux ressorts identiques de raideur R , dont les allongements sont nuls pour $u_M = 0$ et, d'autre part, à une corde de longueur semi-infinie, de tension T_0 et de masse linéaire m_l . Dans tout le problème, on considère les petits mouvements transversaux $u(x,t)$ de la corde. Ces derniers s'effectuent sans aucun frottement visqueux, ni aucune autre perte d'énergie. On rappelle que la propagation de tels mouvements est gouvernée par l'équation d'onde :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{m_l}{T_0} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

Figure 3

- 1) Donner et expliciter la forme la plus générale de la solution $u(x,t)$ de l'équation d'onde précédente, en précisant l'expression de la constante qui intervient dans cette expression. En déduire la forme générale correspondant à la configuration de la figure 3. Préciser la relation entre $u(x=0, t)$ et $u_M(t)$.
- 2) Etablir l'expression de la force transversale $F_y(x,t)$ exercée, en tout point, par la partie située à droite du point considéré de la corde sur la partie de la corde située à gauche de ce point (on donnera cette expression en fonction de la dérivée $\frac{\partial u}{\partial x}$). Faire un schéma pour justifier la réponse. Montrer

finalement que l'on peut aussi exprimer cette force en fonction de la vitesse de déplacement $\frac{\partial u}{\partial t}$.

- 3) En utilisant le résultat précédent, établir l'équation différentielle du mouvement de la masse M (que l'on supposera ponctuelle pour la mise en équation du problème), en tenant compte des différentes forces agissant sur celle-ci (sauf la force de pesanteur dont on négligera les effets dans tout ce problème). Montrer que l'équation différentielle peut se mettre sous la forme :

$$\frac{d^2 u_M}{dt^2} + B \frac{du_M}{dt} + C^2 u_M = 0$$

où B et C sont deux constantes positives que l'on exprimera en fonction des données du problème, soit M, m_l, T_0 et R .

- 4) Pour initier le mouvement du système, un opérateur déplace très lentement la masse M jusqu'à la position définie par $u_M = a$ (aucune onde n'est émise au cours de cette opération). On admettra qu'à cet instant initial, $u(x, 0) \equiv a$, pour tout le domaine où l'on se propose de décrire les mouvements de la corde (au delà de ce domaine, c'est-à-dire lorsque $x \rightarrow \infty$, alors $u(x, 0) \rightarrow 0$). Ensuite, la masse M est laissée libre par l'opérateur. Cet instant est pris pour origine des temps. Décrire les différents types de mouvements que peut alors effectuer la masse M , selon la relation entre B et C , que l'on précisera dans chaque cas.

- 5) Dans toute la suite on s'intéresse au régime défini par $B = 2C$. Préciser dans ce cas l'expression particulière de $u_M(t)$, en prenant en compte les conditions initiales pour la mise en mouvement de la masse M (cf. question 4)). En déduire, l'expression du déplacement transversal $u(x, t)$ dans le domaine de la corde défini précédemment (c'est-à-dire qui exclut $x \rightarrow \infty$). Faire deux schémas représentant qualitativement l'évolution de u en fonction du temps (en un point tel que $x > 0$) et celle de u en fonction de x (à un instant $t > 0$). Commenter ces deux schémas.

CORRIGE – BAREME
du DS du 19 Janvier 2004

PROBLEME 1 : ANNEAU DE THOMSON : 28 points

<p>I.1 Le champ magnétique en un point de l'axe est donné par :</p> $B = \frac{\mu_0 \mu_r N i}{2d} (\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2)) = C i F(z)$ <p>avec $C = \frac{\mu_0 \mu_r N}{2d}$ (mettre 0/0,5 si n au lieu de N/d) 0.5</p> <p>et $F(z) = \frac{d+z}{\sqrt{(d+z)^2 + \rho^2}} \frac{z}{\sqrt{z^2 + \rho^2}}$ 1</p>	
<p>I.2 a) Tout plan passant par l'axe Oz est un plan d'antisymétrie pour la distribution des courants (ou B orthogonal à $i d\mathbf{l}$ (d'après Biot et Savart)) donc $B_\theta(P) = 0$ 1</p> <p>b) Pour $z > 0$, le champ sur l'axe diminue lorsque l'on s'éloigne du solénoïde donc lorsque z augmente, donc dF/dz est négatif. (Admettre un raisonnement sur θ_1 et θ_2) 0.5</p> <p>Pour i constant positif, dF/dz étant négatif, la composante radiale B_r est positive.</p>	
<div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="margin-left: 20px;"> <p>(0,5 pour B_z constant et 0,5 pour sens de B_r)</p> </div> </div>	0.5+0.5
<p>II.1 a) Compte tenu de l'uniformité de la composante B_z du champ magnétique sur la surface de la spire :</p> $\phi(t) = \iint \vec{B} \cdot d\vec{S} = B_z \iint dS = \pi \rho^2 C I_0 F(z)$ (certains étudiants ont considéré une hauteur h pour la spire : mettre 0,5/1 si l'intégrale sur B_z est juste même en présence d'une intégrale sur B_r). 1 <p>b) Lors de l'établissement du courant, l'augmentation du flux magnétique à travers l'anneau, induit une f.e.m d'induction dans l'anneau qui génère un courant induit i' dans l'anneau de sens opposé à I_0 0.5</p> <p>Celui-ci est alors soumis à des forces de Laplace 0.5</p> <p>qui entraînent l'anneau vers le haut de sorte que le flux du champ créé par le solénoïde à travers l'anneau diminue 0,5</p>	
<p>II.2 a) $B_z(P) = C I_0 F(z) \sin(\omega t)$ 0.5</p> $B_r(P) = -\frac{r}{2} C I_0 \frac{dF}{dz} \sin(\omega t)$ 0.5 <p>Le flux a maintenant pour expression :</p> $\phi(t) = \pi \rho^2 C I_0 F(z(t)) \sin(\omega t)$ 0.5 <p>b) Le flux peut varier pour deux raisons :</p> <p>variation de $z(t)$ au cours du temps si il y a déplacement de l'anneau 0.75</p> <p>variation temporelle du courant i et donc du champ magnétique pour une position z fixée ($\sin(\omega t)$) 0.75</p>	

II.3		
a)	$e(t) = -\frac{d\phi(t)}{dt} = -\pi\rho^2 C I_0 \left[F(z) \omega \cos(\omega t) + \frac{dF}{dz} \frac{dz}{dt} \sin(\omega t) \right]$ (mettre 0/1 si uniquement $e = -d\phi/dt$) (mettre 0,5/1 si oubli du terme en dz/dt)	1
On peut calculer $e(t)$ avec $e(t) = -\iint \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} + \oint (\vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot d\vec{l}$ (mettre 0/1 si uniquement la formule)		
b)	Dans la situation initiale ($v = dz/dt = 0$) ou en position d'équilibre, $dz/dt = 0$ 0.5 $e(t) = -\pi\rho^2 C I_0 F(z) \omega \cos(\omega t) = e_0 F(z) \cos(\omega t)$ 0.5 avec $e_0 = -C\pi\omega\rho^2 I_0$ (ne pas pénaliser oubli du signe - pour e_0)..... 0.5 $e_0 = -0,686 \text{ V}$ (mettre 0,25/0,75 si unité fautive ou oubliée)..... 0.75	
II.4	La loi des mailles donne $L \frac{di}{dt} + Ri = e$ (Pour toute erreur de signe, mettre 0/1) 1	
	D'où en notation complexe, $i = \frac{e_0 F(z) e^{j\omega t}}{R + jL\omega} = I_0' F(z) e^{j(\omega t - \psi)}$ ou $i = \frac{e}{R + jL\omega}$ 1	
	Avec $\tan(\psi) = L\omega/R$ (mettre 0,5/1 pour $\tan(\psi) = -L\omega/R$)... 1	
	$I_0' = \frac{e_0}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}}$ 1	
	$\tan(\psi) = 27,76$ soit $\psi = 87,9^\circ = 1,53 \text{ rad}$ (mettre 0,25/0,75 si unité oubliée) 0.75 $I_0' = -130 \text{ A}$ (mettre 0,25/0,75 si unité oubliée) 0.75	
II.5 - a)	Sur un tronçon orienté de l'anneau, la force de Laplace élémentaire s'écrit : 0.5	
	$d\vec{f}_L = i' d\vec{l} \wedge \vec{B}$ 0.5	
	$d\vec{f}_L = i' dl \vec{u}_\theta \wedge (B_r(\rho, z) \vec{u}_r + B_z(\rho, z) \vec{u}_z) = i' dl (-B_r(\rho, z) \vec{u}_z + B_z(\rho, z) \vec{u}_r)$ 0.5	
	La résultante est suivant z comme on le voit en regroupant deux tronçons symétriques par rapport à O. (ou B_z uniforme donc intégrale de B_z sur le contour nulle ou toute autre démonstration valable).	
	On obtient une résultante suivant z ($\vec{v} = \vec{u}_z$) 0.75	
	$f_L = -i'(t) 2\pi\rho B_r(\rho, z)$ 0.5	
	En reprenant les expressions de i' et B_r on obtient :	
	$f_L = I_0' \pi\rho^2 C I_0 F(z) (dF/dz) \sin(\omega t) \cos(\omega t - \psi) = \alpha F(z) (dF/dz) G(t)$	
	avec $\alpha = C I_0' I_0 \pi\rho^2$ 0.5	
	$G(t) = \sin(\omega t) \cos(\omega t - \psi)$ 0.5	
II.5 - b)	$G(t) = (\sin(2\omega t - \psi) + \sin(\psi))/2$	
	La valeur moyenne sur une période de $\sin(2\omega t - \psi)$ est nulle donc la valeur moyenne de G est	
	$\langle G(t) \rangle = \frac{\sin(\psi)}{2}$ (admettre toute démonstration juste) 1	
	soit $\langle G(t) \rangle = \frac{L\omega}{2\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}}$ ou $\frac{1}{2} \sin(\arctan \frac{L\omega}{R})$ 1	
	$\langle \vec{f}_L \rangle = \frac{\pi\rho^2}{2} C I_0 I_0' \sin(\psi) F(z) \frac{dF}{dz} \vec{u}_z$ ou $\frac{\alpha}{2} \sin(\psi) F(z) \frac{dF}{dz} \vec{u}_z$ 0.5	
	$\sin(\psi) > 0$ $I_0' < 0$ $F(z) > 0$ $dF/dz < 0$ donc $\langle f_L \rangle > 0$ La force est dirigée vers le haut 0.75	
	Si on néglige les phénomènes d'auto-induction $L = 0$, $\sin(\psi) = 0$ et donc $\langle f_L \rangle = 0$ 0.5	
II.6	Dans la position d'équilibre ($z = z_e$), la force de Laplace moyenne est compensée par le poids de l'anneau soit $\langle f_L \rangle = mg$ (mettre 0,5/1 si f_L au lieu de $\langle f_L \rangle$) 1	
	$F(z=0) = 0,974$; $(dF/dz)(z=0) = -32,9$; $\sin(\psi) = 0,998$	
	$\langle f_L(z=0) \rangle = 10,7 \text{ N}$ (Si $\langle f_L \rangle > mg$ uniquement, mettre 0.25/1) 1	
	$mg = 0,15 \text{ N}$	
	donc $z = 0$ n'est pas une position d'équilibre, l'anneau décolle 0.5+0.25	
TOTAL PROBLEME 1		28 pts

PROBLEME 2 : GENERATION D'UNE ONDE SUR UNE CORDE TENDUE : 13 pts

<p>1) $u(x,t) = f(x - Vt) + g(x + Vt)$ avec $f =$ Onde se propageant à x croissant ; $g =$ onde se propageant à x décroissant $V = \sqrt{T_0/m_1}$ Seule une onde se propageant à x croissant est possible $u(x,t) = f(x - Vt)$ $u(x=0,t) = u_M(t)$</p>	<p>0.5 0.5 0.5 0.5</p>
<p>2) </p> <p style="text-align: right;">$F_y = T_0 \sin\alpha \cong T_0 \partial u / \partial x$</p>	<p>0.75</p>
<p>Si pas de schéma noter 0.5/0.75 ; si erreur de signe 0.25/0.75</p>	
<p>Partant de la relation $u(x,t) = f(x - Vt)$, on déduit $\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{V} \frac{\partial u}{\partial t}$</p>	<p>0.5</p>
<p>Si erreur de signe 0/0.5</p>	
<p>soit $F_y = -\frac{T_0}{V} \frac{\partial u}{\partial t} = -\sqrt{m_1 T_0} \frac{\partial u}{\partial t}$</p>	<p>0.5</p>
<p>Si deux erreurs de signe (sur F_y et sur la relation entre dérivées), qui se compensent, noter 0,75/1,75pt pour la question 2)</p>	
<p>3) $F_{\text{corde}} = -\frac{T_0}{V} \frac{\partial u}{\partial t} (x=0)$; $F_{\text{ressorts}} = -2Ru_M$</p>	<p>0.5 + 0.5</p>
<p>F_{corde} noter 0.5/0.5 si signe cohérent avec question 2 ; F_{ressorts} noter 0/0.5 si facteur 2 oublié ou erreur de signe, mais dans la suite compter justes les résultats cohérents avec facteur 2 oublié ou signe faux).</p>	
<p>$\frac{d^2 u_M}{dt^2} + \frac{T_0}{MV} \frac{du_M}{dt} + \frac{2R}{M} u_M = 0$ non noté</p>	
<p>$B = \frac{T_0}{MV}$ ou $= \frac{\sqrt{m_1 T_0}}{M}$</p>	<p>0.5</p>
<p>$D = \sqrt{\frac{2R}{M}}$</p>	<p>0.5</p>
<p>Pour toute erreur dans B ou D : 0/0,5</p>	
<p>Décharge d'un condensateur chargé dans un circuit R, L série. (Accepter circuit R, L, C série)</p>	
<p>4) Equation caractéristique $x^2 + Bx + D^2 = 0 \Rightarrow$ forme de la solution dépend du discriminant $\Delta = B^2 - 4D^2$,</p>	<p>0.5</p>
<p>Si $B > 2D$: régime apériodique (ou exponentiel amorti)</p>	
<p>Si $B < 2D$: régime oscillant amorti</p>	<p>0.75</p>
<p>Si $B = 2D$: régime apériodique critique</p>	
<p>5) L'équation caractéristique devient $x^2 + 2Dx + D^2 = 0 \Rightarrow x = -D = -B/2 = -\frac{\sqrt{m_1 T_0}}{2M}$</p>	<p>0.5</p>
<p>$u_M = (\alpha t + \beta)e^{-Dt}$ (mettre 0/0,5 si $u_M = c^{ste} e^{-Dt}$)</p>	<p>0.5</p>
<p>Conditions initiales : $u_M(t=0) = a \Rightarrow \beta = a$</p>	<p>0.5</p>
<p>$\frac{\partial u_M}{\partial t}(t=0) = 0 \Rightarrow \alpha = aD = a \frac{\sqrt{m_1 T_0}}{2M}$</p>	<p>0.75</p>
<p>Conditions initiales bien posées, mais applications fausses 0,75/1,25</p>	
<p>$u_M = a(Dt + 1)e^{-Dt}$</p>	<p>0.5</p>
<p>Dans la zone atteinte par l'onde, u a la même forme que u_M, mais avec un retard égal à x/V, soit</p>	
<p>$u = (\alpha(t-x/V) + \beta)e^{-D(t-x/V)}$</p>	<p>0.75</p>
<p>Au delà de Vt, $u \cong a$</p>	<p>0.5</p>
<p>Noter 0.5/0.5 si Vt est bien pris en compte comme front avant de l'onde mais $u = 0$ au delà. Par contre tenir compte de l'erreur pour noter les schémas 0.25/0.5 si $u = 0$ au delà de Vt ou s'il n'y a pas de limite avant (ou de temps minimum x/V).</p>

0.5 + 0.5

0.5

Les évolutions de u en fonction de x à t donné et en fonction de t en une position donnée sont similaires mais inverses l'une de l'autre.

13 pts

TOTAL PROBLEME 2

TOTAL sur 41 points

Note finale sur 20 : Diviser par 2 et arrondir au 1/10^{ème} de point supérieur.