Deuxième Année
Année scolaire 2007/2008

PHYSIQUE
Interrogation n°1

Jeudi 18 Octobre 2007 **Durée : 1h**

Question de cours

1 - Déterminer le torseur des forces de Laplace subies par une spire circulaire de rayon R, parcourue par un courant invariable I, placée dans un champ magnétique extérieur $\vec{B}$ invariable, uniforme et faisant un angle θ avec le vecteur unitaire normal $\vec{n}$ à la spire (figure 1). On appelle $\vec{u}$ le vecteur unitaire dans la direction de $\vec{B}$.

2 – En déduire la position d'équilibre de la spire. Justifier.

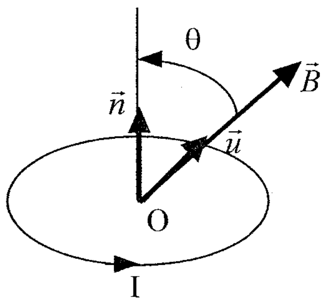

Figure 1

3 – Quelle serait la condition sur le champ magnétique extérieur $\vec{B}$ pour que la spire soit soumise à un mouvement de translation ?

Exercice 1

Dans le plan perpendiculaire en O à un axe (Oz) de vecteur unitaire $\overrightarrow{u_z}$, on considère, dans un système de coordonnées cylindriques, un fil conducteur en forme de spirale (figure 2), d'équation $r(\theta) = L + a\theta$ (L et a étant des constantes positives). Ce genre d'enroulement est utilisé dans les plaques de cuisson à induction pour générer un champ magnétique.

On considère que le fil est enroulé sur 3 tours à partir de $\theta = 0$ (Figure 2) et qu'il est parcouru par un courant invariable I.

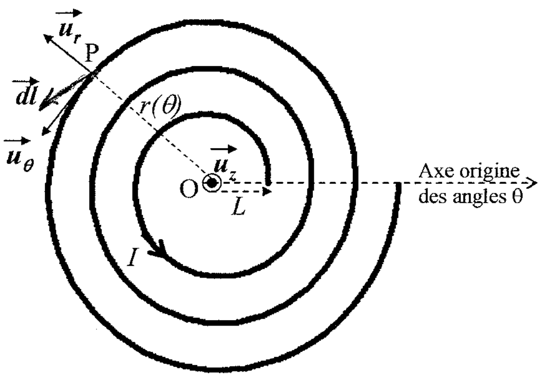

Figure 2

On désire calculer le champ magnétique $\vec{B}$ créé par ce circuit au point origine O.

a) Déterminer la direction du champ $\vec{B}$ en O.

b) Exprimer la contribution $\overrightarrow{dB}$ d'un élément de courant $\overrightarrow{dl}$ situé au point P de coordonnées (r, θ).

c) Après avoir exprimé $\overrightarrow{dl}$ en coordonnées cylindriques, calculer le champ résultant $\vec{B}$ en O.

d) Que devient l'expression précédente lorsque $a \to 0$. Commentaire.

Exercice 2

1 - On considère un conducteur cylindrique plein d'axe z'z, de rayon R, de longueur infinie, parcouru par une distribution volumique de courant uniforme $\vec{j} = j_0\vec{u}_z$ (Figure 3).

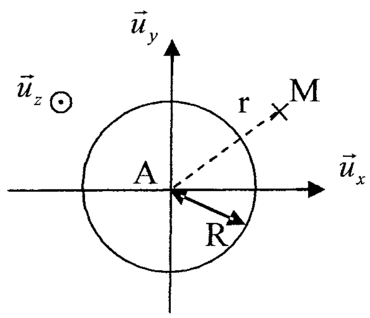

Figure 3

a) Calculer le champ magnétique $\vec{B}$ en tout point de l'espace.

Indiquer clairement les symétries et les invariances.

b) Montrer qu'à l'extérieur du conducteur, le champ est le même que celui créé par un fil de longueur infinie parcouru par un courant I que l'on exprimera en fonction des données du problème.

2 - On considère maintenant deux conducteurs identiques à celui de la figure 3 parcourus par des courants volumiques de sens <u>opposés</u> (Figure 4). Le courant du conducteur centré sur A est dirigé selon $+\overrightarrow{u_Z}$ et le courant du conducteur centré sur A' est selon $-\overrightarrow{u_Z}$.
On pose OA = OA' = a.

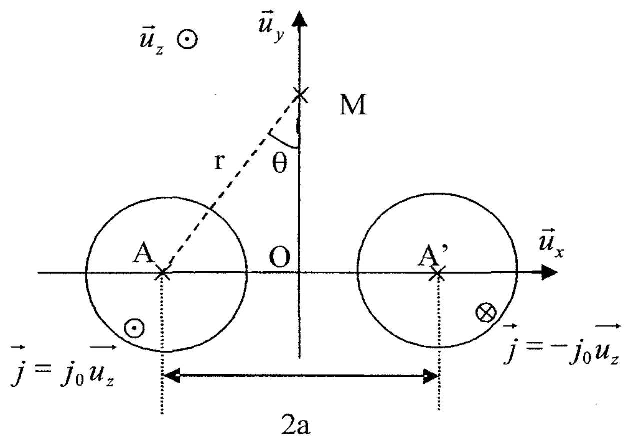

Figure 4

a) Déterminer par symétrie la direction du champ $\vec{B}$ total en un point M quelconque de l'axe Oy repéré par la distance r = AM = A'M. Calculer $\vec{B}$ en ce point en fonction du courant I déterminé à la question 1b.

b) Commenter l'évolution de la norme de $\vec{B}$ en fonction de la distance r dans le cas d'un conducteur simple, et dans le cas de deux conducteurs.

c) Déterminer à nouveau le champ $\vec{B}$ en un point M quelconque de l'axe Oy, dans le cas où le sens du courant est le même dans les deux conducteurs (suivant $+\overrightarrow{u_Z}$)? Commentez.

d) <u>Application numérique</u> :
On alimente un four ménager d'une puissance de 1,7 kW avec le réseau électrique EDF. Cela correspond de fait à un courant sinusoïdal de fréquence 50 Hz et d'amplitude 10 A. Les conducteurs sont donc parcourus par un courant maximum de 10 A. La distance a est de 5 mm. Calculer l'amplitude maximale du champ $\vec{B}$ dans les cas suivants :
- au point O,
- à r = 10 cm.

Comparez ces deux résultats avec le champ créé par un conducteur unique parcouru par le même courant.
Commenter les ordres de grandeurs des champs magnétiques obtenus.

CORRIGE-BAREME

Interrogation n°1 du 18 octobre 2007

	Question de cours	5
1	De façon générale, le torseur des forces de Laplace est constitué - d'une force résultante $\vec{R}$ - et d'un moment résultant $\vec{\Gamma}$ • Lors d'une translation quelconque $\vec{d\lambda}$ de la spire, θ ne varie pas, donc Φ ne varie pas .... D'après le théorème de Maxwell, $dT = \vec{R}.\vec{d\lambda} = Id\Phi = 0 \;\Rightarrow\; \vec{R} = \vec{0}$ .... ou $\vec{R} = I\vec{grad}\Phi = \vec{0}$ Mettre 1/1 si la démo est faite correctement avec Laplace. • Toute rotation autour de $\vec{n}$ ou autour de $\vec{u}$ n'entraîne aucune variation de flux...... Seule une rotation θ autour de la direction $\vec{n} \wedge \vec{u}$ entraîne une variation de θ donc de Φ telle que : $dT = \Gamma d\theta = Id\Phi \;\; soit \;\; \Gamma = I\dfrac{d\Phi}{d\theta}$ .... Avec $\Phi = BS\cos\theta = B\pi R^2\cos\theta$ .... Finalement le moment résultant du couple de rotation est donné par : $\vec{\Gamma} = ISB\vec{n} \wedge \vec{u}$ .... ou $\vec{\Gamma} = ISB\sin\theta\vec{u}$, $\vec{u}$ vecteur unitaire dans la direction $\vec{n} \wedge \vec{u}$ Ce couple de rotation θ tend à aligner $\vec{n}$ avec $\vec{B}$	0,5 0,5 1 0,5 0,5 0,5
2	La position d'équilibre θ=0 est atteinte lorsque $\vec{\Gamma}$ devient nul........ Le flux Φ à travers la spire est alors maximal (règle du flux maximal)........	0,5 0,5
3	Pour que la spire soit soumise à un mouvement de translation, il faut qu'elle soit placée dans un champ magnétique non uniforme........	0,5

0

	Exercice 1	7.5
a	Le plan du conducteur est un plan de symétrie => $\vec{B}$ en O est porté par $\vec{u_z}$	1
b	$\vec{dB} = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi}\dfrac{\vec{dl} \wedge \vec{u}}{r^2}$ $avec \;\; \vec{u} = -\vec{u_r}$	0,5 ~~0,5~~
c	$\vec{dl} = dr\cdot\vec{u_r} + r\cdot d\theta\cdot\vec{u_\theta}$ soit $\vec{dl} = a\cdot d\theta\cdot\vec{u_r} + (L + a\cdot\theta)\cdot d\theta\cdot\vec{u_\theta}$ ...... (Il y avait une ambiguïté sur la figure 2 : $\vec{dl}$ est tangent à la spirale, $\vec{u_\theta}$ ne l'est pas) (mettre 0,5/1 si oubli de la composante de $\vec{dl}$ suivant $\vec{u_r}$; celle-ci n'a pas d'influence sur l'expression de $\vec{dB}$ donc compter tous les points si la suite est juste) $\vec{dB} = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi}\dfrac{(L + a\cdot\theta)\cdot d\theta}{r^2}\vec{u_z}$ .... $\vec{B} = \displaystyle\int_0^{\theta=6\pi}\dfrac{\mu_0 I}{4\pi}\dfrac{d\theta}{(L + a\cdot\theta)}\cdot\vec{u_z}$ .... $\vec{B} = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi a}\cdot\ln\left(\dfrac{L + 6a\pi}{L}\right)\vec{u_z}$	1 1 1 1
d	$\vec{B} = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi a}\cdot\ln\left(1 + \dfrac{6a\pi}{L}\right)\vec{u_z} \approx \dfrac{\mu_0 I}{4\pi a}\cdot\dfrac{6a\pi}{L}\vec{u_z}$ soit $\vec{B} = \dfrac{3\mu_0 I}{2L}\vec{u_z}$ .... Résultat équivalent à une bobine circulaire de rayon L à 3 spires........	1 0.5

1,5

	Exercice 2	9
1a	Le plan contenant le point M et $\overrightarrow{u_z}$ est un plan de symétrie donc $\vec{B}$ est orthogonal à ce plan donc orthoradial => $\vec{B} = B\overrightarrow{u_\theta}$ ... Invariances en θ et z => $\vec{B} = B(r)\overrightarrow{u_\theta}$ ... Par Ampère sur contour = cercle de rayon r : ... Si r < R, $B(r) = \frac{\mu_0 r j_0}{2}$ ... si r > R, $B(r) = \frac{\mu_0 R^2 j_0}{2r}$ ...	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5
1b	$I = \pi R^2 j_0$ ... Si r>R, $B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$, = fil infini ...	0,5 0.5
2a	On décompose le champ B créé par chacun des conducteurs. Un schéma montre que les composantes suivant $\overrightarrow{u_x}$ s'annulent donc $\vec{B} = B\overrightarrow{u_y}$ ... ou les plans $(O,\vec{u}_x,\vec{u}_y)$ et $(O,\vec{u}_y,\vec{u}_z)$ passant par M sont des plans d'antisymétrie donc $\vec{B}$ appartient à l'intersection de ces deux plans donc $\vec{B} = B\overrightarrow{u_y}$ En fonction de l'angle θ défini comme étant $\widehat{AMO}$, On a $\overrightarrow{B_A} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\left(-\cos(\theta)\overrightarrow{u_x} + \sin(\theta)\overrightarrow{u_y}\right)$ et $\overrightarrow{B_{A'}} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\left(\cos(\theta)\overrightarrow{u_x} + \sin(\theta)\overrightarrow{u_y}\right)$ ... $\overrightarrow{B_{TOT}} = \frac{\mu_0 I}{\pi r}\sin(\theta)\overrightarrow{u_y}$. Or, $\sin(\theta) = \frac{a}{r}$, $\overrightarrow{B_{TOT}} = \frac{\mu_0 I a}{\pi r^2}\overrightarrow{u_y}$ ...	0,5 ~~0,5~~ ~~1~~ 0,5
2b 2c	Un fil : décroissance en 1/r et deux fils : décroissance en 1/r² ... Si le sens du courant est le même, Les composantes suivant $\overrightarrow{u_y}$ s'annulent. $\vec{B} = B\overrightarrow{u_x}$ ... $\overrightarrow{B_A} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\left(-\cos(\theta)\overrightarrow{u_x} + \sin(\theta)\overrightarrow{u_y}\right)$ et $\overrightarrow{B_{A'}} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\left(-\cos(\theta)\overrightarrow{u_x} - \sin(\theta)\overrightarrow{u_y}\right)$ $\overrightarrow{B_{TOT}} = -\frac{\mu_0 I}{\pi r}\sqrt{1-\frac{a^2}{r^2}}\overrightarrow{u_x}$ ... On retrouve alors dans ce cas une décroissance en 1/r, et une amplitude doublée par rapport à un seul conducteur dès que r>>a ...	~~0,5~~ 0,5 ~~0,5~~ ~~0,5~~
2d	$\lvert B_{TOT}\rvert$=800µT au point O, $\lvert B_{TOT}\rvert$=2µT à 10cm dans le cas bifilaire $\lvert B_{TOT}\rvert$=400µT au point O, $\lvert B_{TOT}\rvert$=20µT à 10cm dans le cas d'un seul conducteur. Dans le cas bifilaire, il suffit de quelques centimètres pour que l'amplitude du champ devienne très inférieure au champ terrestre ...	1 0.5

5

TOTAL sur 21,5

6,5