

PHYSIQUE
Interrogation n°2

Lundi 8 Novembre 2004

Durée : 1,30 h

Barème approximatif : I - Ex 1: 2,5pts, Ex 2: 2,5pts, Ex 3: 2,5pts, Ex 4: 4,5pts, II - Ex1: 3pts, Ex 2: 5pts

I - MILIEUX MAGNETIQUES

Exercice 1 : Milieux dia et paramagnétiques 2,5

Interprétez le sens des forces subies par un échantillon diamagnétique ou paramagnétique placé aux extrémités de l'axe d'un solénoïde alimenté par un courant invariable. On s'efforcera de montrer, en particulier, que les observations sont les mêmes quelle que soit l'extrémité du solénoïde. L'interprétation doit être faite sans développer aucun calcul ; on pourra bien sûr utiliser des résultats ou expressions de cours.

Exercice 2 : Réfraction des lignes de champ magnétiques 2,5

On considère une surface (S) séparant deux milieux magnétiques parfaits de perméabilité μ_1 et μ_2 , et parcourue par aucun courant surfacique vrai. On appelle \mathbf{n} le vecteur unitaire normal à la surface en un point M quelconque, orienté du milieu 1 vers le milieu 2.

- 1 - A l'aide des relations de passage, préciser les positions relatives de $\mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2, \mathbf{H}_1, \mathbf{H}_2$ par rapport à \mathbf{n} au point M.
- 2 - On désigne par α_1 et α_2 les angles que font les champs \mathbf{B}_1 et \mathbf{B}_2 avec \mathbf{n} . Faire un schéma représentant $\mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2, \mathbf{H}_1$ et \mathbf{H}_2 .
- 3 - Déterminer la relation entre $\alpha_1, \alpha_2, \mu_1$ et μ_2 .

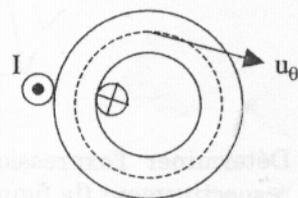
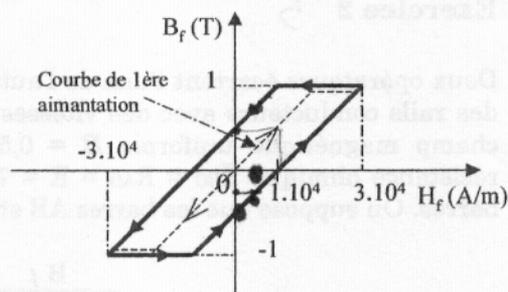
Exercice 3 : Circuit ferromagnétique 2,5

On considère un circuit magnétique torique de rayon moyen très grand devant sa section circulaire et constitué d'un matériau ferromagnétique dur. On appelle H_f et B_f l'excitation et le champ magnétique dans ce matériau.

1 - La courbe de première aimantation (en pointillé) ainsi que son cycle d'aimantation $B_f(H_f)$ sont représentés sur la figure ci-contre, B_f et H_f étant comptés positivement dans le sens de \mathbf{u}_θ . Donner les valeurs de son champ rémanent B_r et de son excitation coercitive H_c .

2 - On excite le circuit avec un bobinage comportant $N = 1000$ spires parcourues par un courant $I = 1$ A dans le sens indiqué sur la figure. On suppose que le champ magnétique créé est localisé dans le tore et que les lignes de champ sont circulaires de même longueur $L = 20$ cm.

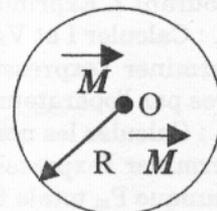
- a) Déterminer H_f .
- b) On suppose que le circuit était initialement (avant d'appliquer I) désaimanté. Déterminer B_f .
- c) On suppose maintenant que le circuit possédait initialement une aimantation rémanente $\mathbf{B}_r = -0,5(T)\mathbf{u}_\theta$. Déterminer B_f .



Exercice 4 : Sphère uniformément aimantée 4,5

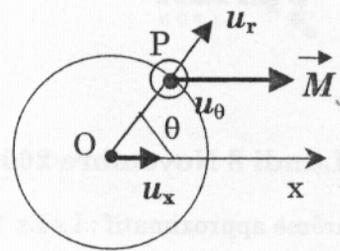
On considère un aimant permanent de forme sphérique (centre O, rayon R) placé dans le vide, possédant une aimantation \mathbf{M} uniforme. On se propose de calculer le champ magnétique \mathbf{B} au centre O de la sphère.

- a) Rappeler l'utilité du concept de « courants de magnétisation » et donner l'expression des densités de courant volumique \mathbf{j}' et surfaciques \mathbf{k}' en fonction de l'aimantation \mathbf{M} du milieu.



b) L'aimantation uniforme \mathbf{M} de la sphère magnétique est dirigée suivant Ox : $\mathbf{M} = M\mathbf{u}_x$ ($M > 0$).

Un point P de la surface de la sphère est repéré par $OP = Ru_r$ et $\theta = (\mathbf{M}, OP)$, \mathbf{u}_r étant un vecteur unitaire dans la direction OP .

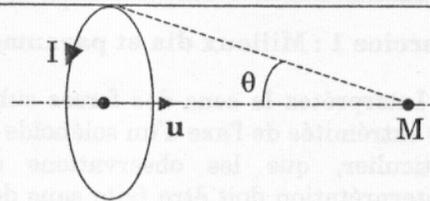


➤ Déterminer les courants de magnétisation \mathbf{j}' en tout point du volume de la sphère et \mathbf{k}' en tout point de la surface de la sphère. A quelle distribution de courants la sphère aimantée est-elle équivalente ?

➤ Déterminer le champ magnétique \mathbf{B} au centre O de la sphère.

On rappelle que le champ \mathbf{B} en un point M de l'axe d'une spire circulaire de rayon r placée dans le vide et parcourue par un courant I est donné par :

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{2r} \sin^3 \theta \mathbf{u}$$



II - INDUCTION ELECTROMAGNETIQUE

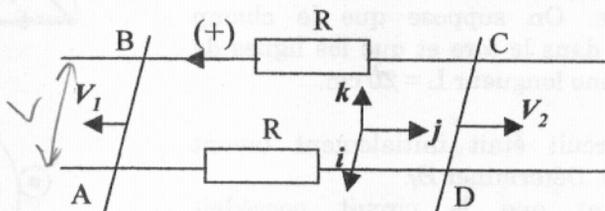
Exercice 1 3

1 - Donner l'expression générale de la force électromotrice d'induction apparaissant dans un circuit (C) fermé. On fera apparaître les contributions statique de Neumann et motionnelle de Lorentz. On précisera bien la signification de chaque grandeur utilisée.

2 - On considère une spire circulaire de surface S et de résistance ohmique R . La spire est immobile et soumise à un champ magnétique \mathbf{B} uniforme dirigé suivant la normale à la spire. \mathbf{B} varie sinusoidalement dans le temps selon $B = B_0 \cos \omega t$, où B_0 est l'amplitude et ω la pulsation. Déterminer l'expression du courant $i(t)$ dans la spire. Le courant est-il en phase avec le champ magnétique ? Si non, quel est le déphasage ?

Exercice 2 5

Deux opérateurs écartent l'une de l'autre deux barres conductrices AB et CD (de longueur $L = 1\text{m}$) sur des rails conducteurs avec des vitesses respectives constantes $v_1 = 20(-j)$ m/s et $v_2 = 10j$ m/s, dans un champ magnétique uniforme $\mathbf{B} = 0,5k$ (T) perpendiculaire au plan du circuit. Les rails ont une résistance ohmique $R_{BC} = R_{AD} = R = 7,5$ ohms, dont on néglige la variation lors du déplacement des barres. On suppose que les barres AB et CD ont une résistance négligeable.



1) Déterminer l'expression littérale des f.e.m. induites e_1 et e_2 dans les barres AB et CD respectivement (la figure indique le sens positif choisi sur le circuit $ABCD$).

A.N. : Calculer les valeurs numériques de e_1 et e_2 .

2) Déterminer l'expression de l'intensité I du courant apparaissant dans le circuit. Quel est le sens du courant ? Exprimer la différence de potentiel $V_B - V_C$.

A.N. : Calculer I et $V_B - V_C$.

3) Déterminer l'expression des forces mécaniques F_1 et F_2 exercées respectivement sur les deux barres par l'opérateur.

A.N. : Calculer les normes de F_1 et F_2 .

4) Déterminer l'expression de la puissance électrique P_e dissipée dans le circuit et de la puissance mécanique P_m totale fournie par les opérateurs.

A.N. : Calculer P_e et P_m . Conclusion.

I – MILIEUX MAGNETIQUES

Exercice 1 - Milieux dia et paramagnétiques

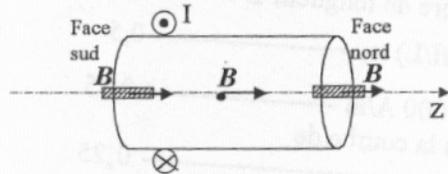
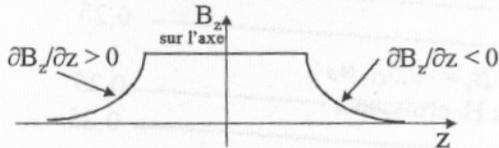


Schéma faisant apparaître B ----- 0,25



Face sud : $\partial B_z / \partial z > 0$ ----- 0,25

Et face nord : $\partial B_z / \partial z < 0$ ----- 0,25

Echantillon de très petites dimensions placé à la sortie du solénoïde sur son axe.

On peut considérer que l'aimantation M se fait uniformément dans tout l'échantillon, dans la direction de B sur l'axe, soit suivant z . ----- 0,25

La force élémentaire dF exercée sur un élément $d\tau$ est : $dF = \text{grad}(M d\tau \cdot B) = M d\tau \cdot \partial B_z / \partial z$ ----- 0,5

Diamagnétique : L'aimantation se fait dans le sens inverse de B . ----- 0,25

Face sud : $M = -M u_z$ et $\partial B_z / \partial z > 0$ donc $dF = -dF u_z$
donc expulsion hors du solénoïde vers les champs moins intenses ----- 0,25

Face nord : $M = -M u_z$ et $\partial B_z / \partial z < 0$ donc $dF = dF u_z$
donc expulsion -----

Paramagnétique : L'aimantation se fait dans le sens de B . ----- 0,25

Face sud : $M = M u_z$ et $\partial B_z / \partial z > 0$ donc $dF = dF u_z$
donc attraction à l'intérieur du solénoïde vers les champs plus intenses ----- 0,25

Face nord : $M = M u_z$ et $\partial B_z / \partial z < 0$ donc $dF = -dF u_z$
donc attraction -----

(2,5 points)

Exercice 2 - Réfraction des lignes de champ magnétique

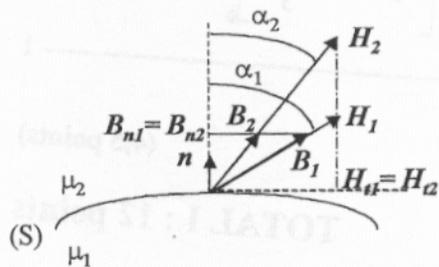
1 - Pas de courant surfacique donc continuité des composantes tangentielles de H ----- 0,25

donc H_1, H_2 et n coplanaires -----

$B_2 = \mu_2 H_2$ et $B_1 = \mu_1 H_1$ ----- 0,25

donc B_1, B_2, H_2, H_1 et n coplanaires ----- 0,25

2 - Schéma



Continuité des composantes tangentielles de H ----- 0,25

B et H colinéaires ----- 0,25

Continuité des composantes normales de B ----- 0,25

2 - $B_1 \cos(\alpha_1) = B_2 \cos(\alpha_2)$ ----- 0,25

soit $\mu_1 H_1 \cos(\alpha_1) = \mu_2 H_2 \cos(\alpha_2)$ ----- 0,25

et $H_1 \sin(\alpha_1) = H_2 \sin(\alpha_2)$ ----- 0,25

soit $\tan(\alpha_1) / \tan(\alpha_2) = \mu_1 / \mu_2$ ----- 0,25

(2,5 points)

Exercice 3 - Circuit ferromagnétique

- 1 - $B_r = (B_f)_{H_f=0}$ donc $B_r = 0,5 \text{ T}$ ----- 0,25
 $H_c = (H_f)_{B_f=0}$ donc $H_c = 1 \times 10^4 \text{ A/m}$ ----- 0,25
- 2 - a) Théorème d'Ampère appliqué à une ligne de champ (C) circulaire de longueur L : ----- 0,25
 $\oint_{(C)} \vec{H}_f \cdot d\vec{l} = NI$ soit $H_f L = NI$ soit $H_f = (NI/L) u_\theta$ ----- 0,5
 $H_f = 5\,000 \text{ A/m}$ ----- 0,25
- b) Circuit initialement désaimanté : le couple (B_f, H_f) appartient à la courbe de
 1^{ère} aimantation ----- 0,25
 soit $B_f = 0,25_{(T)} u_\theta$ ----- 0,25
- c) Circuit possédant initialement une aimantation rémanente $B_r = -0,5_{(T)} u_\theta$:
 le couple (B_f, H_f) suit le cycle d'hystérésis dans le sens des H_f croissants ----- 0,25
 soit $B_f = -0,25_{(T)} u_\theta$ ----- 0,25

(2,5 points)

Exercice 4 - Sphère uniformément aimantée

- a) - Les courants de magnétisation servent à modéliser un matériau possédant une
 aimantation M , par une distribution de courants volumiques j' et surfaciques k'
 équivalents dans le vide c'est-à-dire créant le même champ magnétique. ----- 0,25
 $j' = \text{rot } M$ ----- 0,25
 $k' = M \wedge N$ ----- 0,25
 N étant la normale à la surface orientée vers l'extérieur du volume aimanté ----- 0,25
- b) - $j' = \text{rot } M = 0$ car M uniforme ----- 0,25
 $k' = M \sin \theta u_\theta$ ----- 0,5
 k' est constant sur un cercle d'axe Ox ($\sin \theta = \text{constante}$)
 La sphère aimantée est équivalente à un ensemble de spires d'axe Ox ----- 0,25
 parcourues par un courant $di = k' R d\theta = M R \sin \theta d\theta$ ----- 0,5
 Par analogie avec le champ sur l'axe d'une spire :
 Chaque spire élémentaire crée en O un champ $dB = dB u_x$ ----- 0,25
 $dB = \frac{\mu_0 di}{2R \sin \theta} \sin^3 \theta = \frac{\mu_0 M}{2} \sin^3 \theta d\theta$ ----- 0,5
 On intègre de 0 à $\pi/2$ et on multiplie par 2 car chaque demi-sphère apporte la même ----- 0,25
 contribution.

$$B = 2 \frac{\mu_0 M}{2} \int_0^{\pi/2} \sin^3 \theta d\theta = \mu_0 M \int_0^{\pi/2} \sin \theta (1 - \cos^2 \theta) d\theta = \mu_0 M \left[-\cos \theta + \frac{\cos^3 \theta}{3} \right]_0^{\pi/2}$$

soit $\vec{B} = \frac{2}{3} \mu_0 M \vec{u}_x$ ----- 1

(4,5 points)

TOTAL I : 12 points

II - INDUCTION ELECTROMAGNETIQUE

Exercice 1 -

1 - Circuit (C) fermé placé dans un champ magnétique variable $B(t)$ et se déplaçant à la vitesse v , (S) surface s'appuyant sur (C) ----- 0,5

$$e = \underbrace{\iint_{(S)} -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}}_{\text{statique}} + \underbrace{\oint_{(C)} (\vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot d\vec{l}}_{\text{motionnelle}} \text{ ----- } 0,5 + 0,5$$

2 - $i(t) = \frac{e(t)}{R}$ ----- 0,25

avec $e(t) = -\frac{d\Phi}{dt}$ ----- 0,25

et $\Phi(t) = \iint_{(S)} \vec{B} \cdot d\vec{S} = BS = SB_0 \cos(\omega t)$ ----- 0,25

soit $e(t) = -SB_0 \frac{d(\cos \omega t)}{dt} = \omega SB_0 \sin(\omega t)$ ----- 0,25

d'où $i(t) = \frac{\omega SB_0}{R} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$ ----- 0,25

Le courant est en retard de phase de $\pi/2$ (quadrature retard) sur B. ----- 0,25

3 points

Exercice 2 -

1) $e_1 = \int_B^A -v_1 B dl = -v_1 BL$	0,25 ; 0,25
$e_2 = \int_D^C -v_2 B dl = -v_2 BL$	0,25 ; 0,25
A.N. $e_1 = -10 \text{ V}$; $e_2 = -5 \text{ V}$	0,25 ; 0,25
Les f.e.m sont négatives donc en sens inverse du sens positif choisi.	
2) L'intensité du courant est $I = (e_1 + e_2)/2R = (v_1 + v_2)BL/2R$	0,25
$e_1 + e_2$ étant négatives, elles génèrent un courant dans le sens inverse du sens positif choisi, donc dans le sens ABCDA.	0,25
$V_B - V_C = RI$	0,25
A.N. $I = 1 \text{ A}$	0,25
$V_B - V_C = 7,5 \text{ V}$	0,25
3) Les forces de Laplace subies par les 2 barres vont s'opposer à leur déplacement. Pour maintenir des vitesses constantes, les forces mécaniques que doivent exercer les opérateurs sont égales à l'opposé des forces magnétiques.	0,5
$F_1 = -I L B \vec{j} = -[(v_1 + v_2)B^2 L^2 / 2R] \vec{j}$	0,25
$F_2 = I L B \vec{j} = [(v_1 + v_2)B^2 L^2 / 2R] \vec{j}$	0,25
A.N. $F_1 = 0,5 \text{ N}$; $F_2 = 0,5 \text{ N}$	0,25
4) $P_e = 2RI^2 = (v_1 + v_2)^2 B^2 L^2 / 2R$	0,25
$P_m = F_1 v_1 + F_2 v_2$	0,25
A.N. $P_e = 15 \text{ W}$; $P_m = 15 \text{ W}$	0,25
Conclusion : la puissance mécanique fournie par les opérateurs est entièrement dissipée par effet Joule dans les résistances des rails.	0,25

5 points

TOTAL II : 8 points