Deuxième Année
Année scolaire 2004/2005

SCAN 70, 71, 72

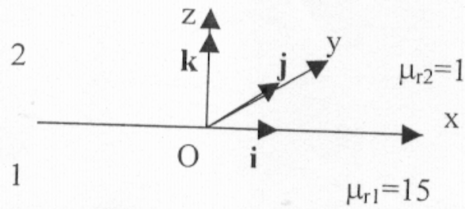
PHYSIQUE
Interrogation n°2

Mercredi 17 Novembre 2004

Durée : 1,5 h

Barème approximatif : I - Ex 1: 2,5 pts, Ex 2: 2,5 pts, Ex 3: 7 pts, Ex 4: 8 pts.

Exercice 1

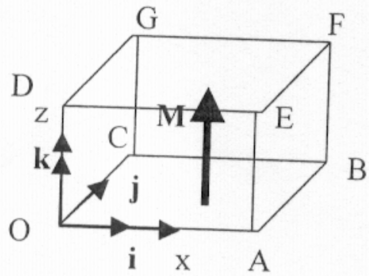


Dans la région 1 (z<0) de la figure, on a $\mathbf{B_1}=1{,}2\mathbf{i}+0{,}8\mathbf{j}+0{,}4\mathbf{k}$(T). Il n'y a pas de courants sur la surface de séparation.

1) Ecrire les relations de passage pour **B** et **H**.
2) Trouver numériquement les composantes de $\mathbf{B_2}$ et $\mathbf{H_2}$ dans le domaine 2 (z>0).

[$\mu_0=4\pi.10^{-7}$SI]

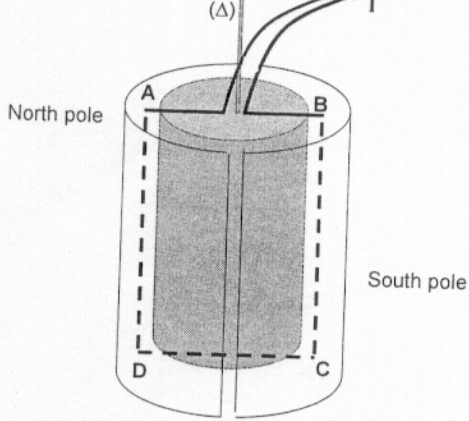
Exercice 2

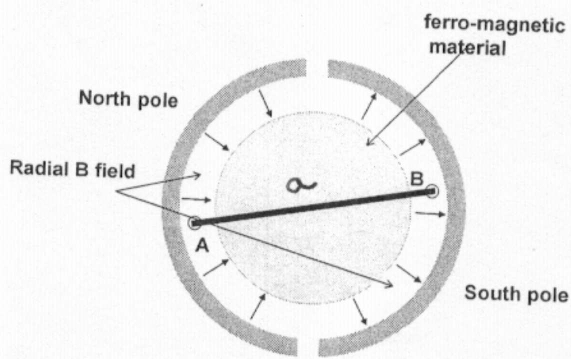


Soit un aimant cubique avec une aimantation uniforme **M**=M**k** (figure ci-dessus)

1) Rappeler l'expression générale des densités fictives de courant volumique **j'** et surfaciques **k'** en fonction de **M**.
2) Déterminer **j'** et **k'** (on précisera les faces) dans le cas de l'aimant cubique en fonction de M.

Exercice 3





Le système décrit ci-dessus constitué d'un noyau de fer doux ferro-magnétique entouré de deux aimants selon leurs faces nord ou sud engendre un champ **B** radial vis à vis de l'axe de rotation (Δ).Un cadre rigide (ABCD) parcouru par un courant I est libre de tourner autour de cet axe (Δ). Les côtés AB et CD sont de longueur *a,* BC et AD de longueur *b*.

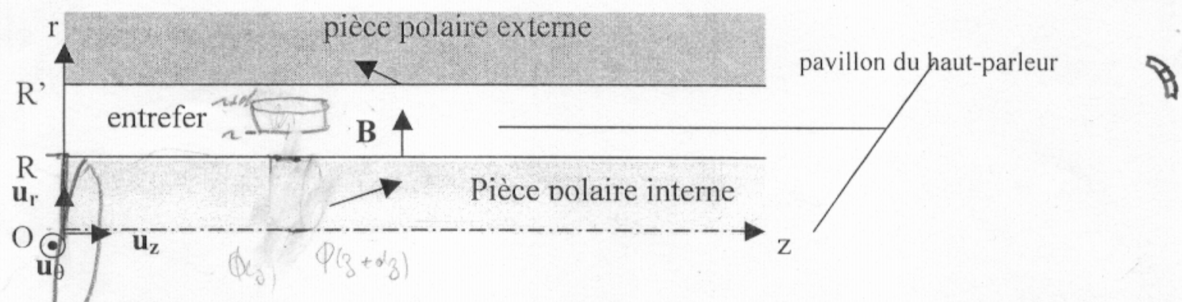
Le long des côtés BC et AD, le champ **B** est constant et égale à B_0 ; il est variable le long des côtés AB et CD.

1. Indiquer quelles sont les actions qui s'exercercent sur un tel circuit en rotation (forces et/ou moments résultants) ? nature de la ou des action(s) identifiée(s) ?
2. Quel est le torseur des forces électromagnétiques s'exerçant sur le cadre ABCD. Vous indiquerez explicitement l'expression de ces forces, leur résultante ainsi que leur moment par rapport à (Δ).
3. A partir du théorème de Maxwell et de l'expression du travail exercé par les forces électromagnétiques sur le cadre en rotation, quelle est la relation entre le moment des forces magnétiques exercé sur le cadre et la variation de flux pour un incrément de rotation $d\alpha$?.
4. Au cours d'une rotation $d\alpha$ du cadre, quelle est le flux coupé $d\varphi_c$ associé ? En déduire le moment des forces associé à cette rotation $d\alpha$?
5. Application numérique : a = 2.5 cm, b = 4cm, B_0 = 0.3 T, I=10^{-12} A.

Exercice 4

Modèle simple d'un champ magnétique radial pour haut-parleur

Un dispositif important d'un haut-parleur est un aimant permanent qui crée un champ magnétique radial dans l'espace (entrefer) situé entre deux pièces polaires cylindriques. La géométrie est la suivante (système d'axe de révolution Oz)



- pièce polaire interne : milieu ferromagnétique parfait de perméabilité μ, rayon R, hauteur h.
- pièce polaire externe : milieu ferromagnétique au-delà du rayon interne R' > R.

L'entrefer R < r < R' est constitué d'air. C'est dans cette zone que se trouve un tube concentrique des pièces polaires, solidaire du pavillon du haut-parleur, portant un bobinage.

On s'intéresse aux champs **B** et **H** dans l'espace 0 < r < R' et 0 < z < h et on fait les hypothèses suivantes :

- dans l'entrefer le champ **B** est radial : $\mathbf{B} = B(r)\,\mathbf{u_r}$
- dans la pièce polaire interne **B** a une composante radiale et une composante axiale :

$\mathbf{B} = C(r,z)\,\mathbf{u_r} + D(r,z)\mathbf{u_z}$.

1- Rappelez les équations que doivent vérifier **B** et **H** dans l'entrefer et dans la pièce polaire interne.

2- Précisez les relations de continuité à l'interface r = R (on suppose, dans un premier temps, que les densités de courants surfaciques éventuelles sont négligeables).

3- On suppose que B ne dépend pas de z. et. En considérant le flux de **B** sortant d'un mince tube cylindrique concentrique situé dans l'entrefer (entre r et r+dr), montrez que B est de la forme a/r, où a est une constante.

4- Soit $\Phi(z)$ le flux de **B** à travers une section droite (z = cte) de la pièce polaire interne orientée par la normale $\mathbf{u_z}$. A la cote z = 0, ce flux vaut Φ_o. Déterminez $\Phi(z)$; vous pourrez considérer une mince tranche entre les cotes z et z + dz qui se termine dans l'entrefer.

5- Déduisez-en la force axiale **F** appliquée à une spire de rayon r ($R < r < R'$) située à la cote z dans l'entrefer, parcourue par le courant i dans la direction $\mathbf{u}_\theta$. Retrouvez ce résultat par intégration de la force de Laplace.

6- Dans la pièce polaire interne, on peut établir (cf. TD corrigé) que, au voisinage de l'axe :

$D(r,z) = D(0,z) + o(r)$

$C(r,z) = -r/2\ \partial D/\partial z(0,z) + o(r)$

On tente une solution très simple où ces expressions sont exactes dans toute la pièce polaire et où $\partial D/\partial z(0,z)$ est une constante. On suppose de plus que le flux Φ est nul à la cote $z = h$. Exprimez alors B, C, D en fonction des variables de position et de R, h, Φ_o

7- Déterminez le champ **H** dans tout l'espace. Les relations à l'interface posées à la question 2 sont-elles vérifiées ? Montrez que la distribution de champ trouvée suppose que circule une densité de courant $\mathbf{k} = k\ \mathbf{u}_\theta$ à l'interface $r = R$. Calculez l'intensité totale qui circule dans la direction orthoradiale.

Corrigé – Barême de l'interro 2 de Physique du 8 Novembre 2004

I – MILIEUX MAGNETIQUES

Exercice 1 - Milieux dia et paramagnétiques

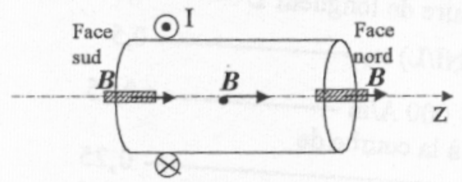
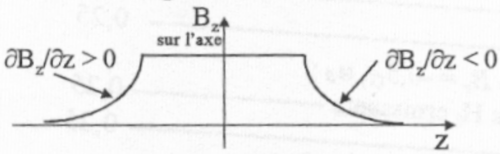


Schéma faisant apparaître $\boldsymbol{B}$-------------- 0,25



Face sud : $\partial B_z/\partial z > 0$ ------------------ 0,25
Et face nord : $\partial B_z/\partial z < 0$ ---------------- 0,25

Echantillon de très petites dimensions placé à la sortie du solénoïde sur son axe.
On peut considérer que l'aimantation $\boldsymbol{M}$ se fait uniformément dans tout l'échantillon, dans la direction de $\boldsymbol{B}$ sur l'axe, soit suivant z. -- 0,25
La force élémentaire $\boldsymbol{dF}$ exercée sur un élément $d\tau$ est : $\boldsymbol{dF} = \boldsymbol{grad}(\boldsymbol{M}d\tau.\boldsymbol{B}) = Md\tau.\partial B_z/\partial z$ – 0,5
<u>Diamagnétique</u> : L'aimantation se fait dans le sens inverse de $\boldsymbol{B}$. --------------------------------- 0,25

Face sud : $\boldsymbol{M} = -M\boldsymbol{u_z}$ et $\partial B_z/\partial z > 0$ donc $\boldsymbol{dF} = -dF\,\boldsymbol{u_z}$
donc expulsion hors du solénoïde vers les champs moins intenses ------------ 0,25
Face nord : $\boldsymbol{M} = -M\boldsymbol{u_z}$ et $\partial B_z/\partial z < 0$ donc $\boldsymbol{dF} = dF\,\boldsymbol{u_z}$
donc expulsion --

<u>Paramagnétique</u> : L'aimantation se fait dans le sens de $\boldsymbol{B}$. ----------------------------------- 0,25

Face sud : $\boldsymbol{M} = M\boldsymbol{u_z}$ et $\partial B_z/\partial z > 0$ donc $\boldsymbol{dF} = dF\,\boldsymbol{u_z}$
donc attraction à l'intérieur du solénoïde vers les champs plus intenses ----- 0,25
Face nord : $\boldsymbol{M} = M\boldsymbol{u_z}$ et $\partial B_z/\partial z < 0$ donc $\boldsymbol{dF} = -dF\,\boldsymbol{u_z}$
donc attraction --

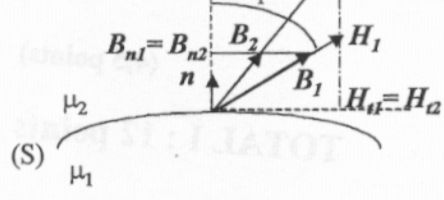
(2,5 points)

Exercice 2 - Réfraction des lignes de champ magnétique

1 - Pas de courant surfacique donc continuité des composantes tangentielles de $\boldsymbol{H}$----- 0,25
donc $\boldsymbol{H_1}$, $\boldsymbol{H_2}$ et $\boldsymbol{n}$ coplanaires ----------------------------

$\boldsymbol{B_2} = \mu_2\boldsymbol{H_2}$ et $\boldsymbol{B_1} = \mu_1\boldsymbol{H_1}$ --- 0,25
donc $\boldsymbol{B_1}$, $\boldsymbol{B_2}$, $\boldsymbol{H_2}$, $\boldsymbol{H_1}$ et $\boldsymbol{n}$ coplanaires -- 0,25

2 – Schéma



Continuité des composantes tangentielles de $\boldsymbol{H}$------- 0,25

$\boldsymbol{B}$ et $\boldsymbol{H}$ colinéaires ------------------------------ 0,25

Continuité des composantes normales de $\boldsymbol{B}$----------- 0,25

2 – $B_1\cos(\alpha_1) = B_2\cos(\alpha_2)$ -- 0,25
soit $\mu_1 H_1\cos(\alpha_1) = \mu_2 H_2\cos(\alpha_2)$ -- 0,25
et $H_1\sin(\alpha_1) = H_2\sin(\alpha_2)$ -- 0,25
soit $\tan(\alpha_1)/\tan(\alpha_2) = \mu_1/\mu_2$ --- 0,25

(2,5 points)

Exercice 3 - Circuit ferromagnétique

1 - $B_r = (B_f)_{Hf=0}$ donc $B_r = 0{,}5$ T -- 0,25
$H_c = (H_f)_{Bf=0}$ donc $H_c = 1\times10^4$ A/m -- 0,25

2 – a) Théorème d'Ampère appliqué à une ligne de champ (C) circulaire de longueur L :-------- 0,25

$\oint_{(C)} \vec{H}_f.\vec{dl} = NI$ soit $H_fL = NI$ soit $\boldsymbol{H_f} = (NI/L)\, \boldsymbol{u_\theta}$ ---------------------- 0,5

$H_f = 5\ 000$ A/m ------------------ 0,25

b) Circuit initialement désaimanté : le couple (B_f, H_f) appartient à la courbe de 1[ère] aimantation -- 0,25
soit $\boldsymbol{B_f} = 0{,}25_{(T)}\, \boldsymbol{u_\theta}$ -- 0,25

c) Circuit possédant initialement une aimantation rémanente $\boldsymbol{B_r} = -0{,}5_{(T)}\, \boldsymbol{u_\theta}$:
le couple (B_f, H_f) suit le cycle d'hystérésis dans le sens des H_f croissants ------------------- 0,25
soit $\boldsymbol{B_f} = -\,0{,}25_{(T)}\, \boldsymbol{u_\theta}$ -- 0,25

(2,5 points)

Exercice 4 - Sphère uniformément aimantée

a) - Les courants de magnétisation servent à modéliser un matériau possédant une aimantation $\boldsymbol{M}$, par une distribution de courants volumiques $\boldsymbol{j'}$ et surfaciques $\boldsymbol{k'}$ équivalents dans le vide c'est-à-dire créant le même champ magnétique.------------------------ 0,25

$\boldsymbol{j' = rot\ M}$ -- 0,25

$\boldsymbol{k' = M \wedge N}$ -- 0,25

$\boldsymbol{N}$ étant la normale à la surface orientée vers l'extérieur du volume aimanté --------------- 0,25

b) - $\boldsymbol{j' = rot\ M = 0}$ car $\boldsymbol{M}$ uniforme -- 0,25

$\boldsymbol{k'} = M\sin\theta\ \boldsymbol{u_\theta}$ -- 0,5

k' est constant sur un cercle d'axe Ox (sinθ = constante)

La sphère aimantée est équivalente à un ensemble de spires d'axe Ox ---------------------- 0,25

parcourues par un courant di = k'Rdθ = MRsinθ dθ ------------------------------------- 0,5

Par analogie avec le champ sur l'axe d'une spire :

Chaque spire élémentaire crée en O un champ $\boldsymbol{dB} = dB\ \boldsymbol{u_x}$ ---------------------------------- 0,25

$$dB = \frac{\mu_0 di}{2R\sin\theta}\sin^3\theta = \frac{\mu_0 M}{2}\sin^3\theta\ d\theta$$ -- 0,5

On intègre de 0 à π/2 et on multiplie par 2 car chaque demi-sphère apporte la même ----- 0,25 contribution.

$$B = 2\frac{\mu_0 M}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^3\theta\ d\theta = \mu_0 M\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin\theta\ (1-\cos^2\theta)d\theta = \mu_0 M\left[-\cos\theta + \frac{\cos^3\theta}{3}\right]_0^{\frac{\pi}{2}}$$

soit $\vec{B} = \frac{2}{3}\mu_0 M\ \vec{u}_x$ -- 1

(4,5 points)

TOTAL I : 12 points

II – INDUCTION ELECTROMAGNETIQUE

Exercice 1 -

1 - Circuit (C) fermé placé dans un champ magnétique variable $\boldsymbol{B}$(t) et se déplaçant à la vitesse v , (S) surface s'appuyant sur (C) -- 0,5

$$e=\underbrace{\iint_{(S)} -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}.d\vec{S}}_{\text{statique}} + \underbrace{\oint_{(C)} (\vec{v}\wedge\vec{B}).d\vec{l}}_{\text{motionnelle}}$$ -- 0,5 + 0,5

2 - $i(t)=\dfrac{e(t)}{R}$ -- 0,25

avec $e(t)=-\dfrac{d\Phi}{dt}$ -- 0,25

et $\Phi(t)=\iint_{(S)}\vec{B}.d\vec{S}=BS=SB_0\cos(\omega t)$ -- 0,25

soit $e(t)=-SB_0\dfrac{d(\cos\omega t)}{dt}=\omega SB_0\sin(\omega t)$ -- 0,25

d'où $i(t)=\dfrac{\omega SB_0}{R}\cos(\omega t-\dfrac{\pi}{2})$ -- 0,25

Le courant est en retard de phase de $\pi/2$ (quadrature retard) sur B.------------------------ 0,25

3 points

Exercice 2 -

1) $e_1 = \int_B^A - v_1 Bdl = -v_1 BL$	0,25 ;0,25
$e_2 = \int_D^C - v_2 Bdl = -v_2 BL$ **A.N**. e_1 = -10 V ; e_2 = -5 V Les f.e.m sont négatives donc en sens inverse du sens positif choisi.	0,25 ;0 25 0,25 ;0 25
2) L'intensité du courant est I = |(e1+e2)/2R| = $(v_1+v_2)BL/2R$ e1 + e2 étant négatives, elles génèrent un courant dans le sens inverse du sens positif choisi, donc dans le sens ABCDA. V_B-V_C = RI **A.N**. I = 1A V_B-V_C = 7,5V	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
3) Les forces de Laplace subies par les 2 barres vont s'opposer à leur déplacement. Pour maintenir des vitesses constantes, les forces mécaniques que doivent exercer les opérateurs sont égales à l'opposé des forces magnétiques. $\boldsymbol{F_1}$ = - I LB $\boldsymbol{j}$ = - $[(v_1+v_2)B^2L^2/2R]$ $\boldsymbol{j}$ $\boldsymbol{F_2}$ = I LB $\boldsymbol{j}$ = $[(v_1+v_2)B^2L^2/2R]$ $\boldsymbol{j}$ **A.N**. F_1 = 0,5 N ; F_2 = 0,5 N	0,5 0,25 0,25 0,25
4) $P_e = 2RI^2=(v_1+v_2)^2B^2L^2/2R$ $P_m=F_1v_1+F_2v_2$ **A.N.** P_e = 15 W ; P_m = 15 W Conclusion : la puissance mécanique fournie par les opérateurs est entièrement dissipée par effet Joule dans les résistances des rails.	0,25 0,25 0,25 0,25

5 points

TOTAL II : 8 points