

Physique : Interrogation n° 2

Jeudi 29 novembre 2007

Durée : 1h30

Barème approximatif : Cours : 5 pts, Exercice 1 : 7,5 pts, Exercice 2 : 7,5 pts

Questions de cours

1. A partir d'une relation locale de l'électromagnétisme, établir, pour un milieu magnétique parfait, la relation entre la densité de courant volumique vrai et la densité de courant volumique de magnétisation.
2. Un avion a une envergure de 60 m. Il vole à une vitesse de 720 km/h perpendiculairement au champ magnétique terrestre, dans une région où ce champ est de 0,05 mT. Déterminer la différence de potentiel qui apparaît entre les extrémités des ailes. Vous indiquerez sur un schéma le sens de cette d.d.p.
3. Le flux magnétique qui traverse une bobine varie périodiquement au cours du temps. Au cours d'une période, il croît linéairement de 0 à 50 mWb en 50 ms, puis décroît linéairement de 50 à 0 mWb en 25 ms. Tracer la f.e.m. induite dans la bobine en fonction du temps. Que vaut la valeur moyenne de cette f.e.m.?
4. Question bonus : Un moteur électrique est constitué d'une partie tournante, ou rotor, comprenant de nombreuses spires conductrices, et d'un stator, qui crée un champ magnétique : la rotation est due à la force créée par l'interaction du champ et du courant dans les spires. Au moment de la mise sous tension, la « pointe » de courant est importante mais dès que le moteur tourne, le courant revient à une valeur normale. Expliquer brièvement ce comportement.

Exercice 1 : Calcul de forces et de moments

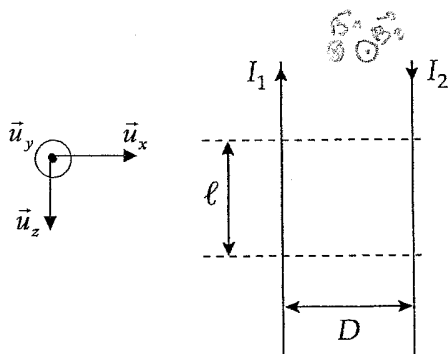


Figure 1

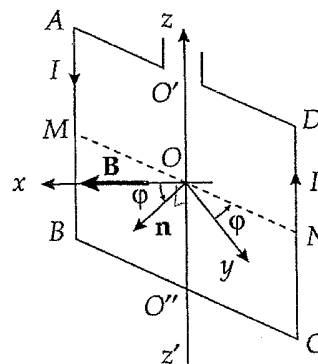


Figure 2

1. Deux conducteurs fixes, parallèles à l'axe  $(z'z)$ , de longueur très grande (considérée comme infinie) et de diamètre négligeable, sont séparés d'une distance  $D$  (figure 1). Ils sont parcourus par des courants d'intensités  $I_1$  et  $I_2$  invariables dont les sens positifs sont indiqués sur la figure 1. Déterminer la force (sens et intensité) s'exerçant sur une longueur  $\ell$  de chacun des deux conducteurs.

Application numérique : calculer l'intensité de la force pour  $D = \ell = 1\text{m}$  et  $I_1 = I_2 = 1\text{A}$ . On donne  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$ .

Rappel : norme du champ magnétique créé dans le vide, à la distance  $r$  d'un fil infini parcouru par un

$$\text{courant } I : B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

2. Un cadre carré de côté  $a$  et comportant  $N$  spires parcourues par un courant  $I$  invariable est placé dans un champ magnétique  $\vec{B}$  uniforme (figure 2). Le vecteur  $\vec{n}$ , normal à la surface du cadre, et le champ  $\vec{B}$  forment un angle  $\varphi$ . Le champ  $\vec{B}$  est parallèle à  $(Ox)$  et le côté  $AB$  est parallèle à  $(Oz)$ . Calculer la force qui s'exerce sur chacun des côtés, la force résultante, puis le moment du torseur des forces  $\vec{\Gamma}$  par rapport à l'axe de rotation  $(z'z)$ .

3. Montrer que  $\vec{\Gamma}$  peut aussi être obtenu en calculant  $I \frac{d\Phi}{d\varphi}$ ,  $\Phi$  étant le flux magnétique de  $\vec{B}$  à travers le cadre.

Quel est l'effet du moment  $\vec{\Gamma}$  du torseur des forces?

4. Vérifier que le travail du moment  $\vec{\Gamma}$  dans une rotation de  $\varphi_1 = \pi/4$  à  $\varphi_2 = 0$  est proportionnel à la variation du flux magnétique entre ces deux positions.

## Exercice 2 : Lames magnétiques à faces parallèles

Nous allons étudier le champ magnétique obtenu dans et autour d'une lame à faces parallèles de dimensions latérales infinies, en matériau magnétique parfait (perméabilité magnétique  $\mu$ ), placée dans le vide (de perméabilité  $\mu_0$ ) et dans un champ préexistant uniforme d'intensité  $\vec{B}_0 = B_0 \vec{u}$  (figure 3). Les lames ne sont le siège d'aucun courant de volume et de surface vrai. On appelle  $\theta$  l'angle entre le vecteur unitaire  $\vec{u}$  et le vecteur unitaire  $\vec{n}$  normal aux faces de la lame (voir figure 3).

Rappel de résultats vus en TD : Si l'on place une telle lame, de telle sorte que ses faces soient parallèles au champ préexistant  $\vec{B}_0 = B_0 \vec{u}$ , soit  $\theta = \pi/2$ , le champ magnétique dans le vide n'est pas modifié. En revanche dans la lame, l'aimantation magnétique est uniforme et le champ magnétique total qui apparaît dans celle-ci est alors

donné par :  $\vec{B}_1 = \frac{\mu}{\mu_0} \vec{B}_0$ .

1. Les faces de la lame sont orientées perpendiculairement à la direction du champ magnétique préexistant  $\vec{B}_0$  soit  $\theta = 0$ . On admettra que, dans ce cas, la direction des lignes de champ n'est pas modifiée, ni à l'intérieur, ni à l'extérieur de la lame.

a) Déterminer les densités de courant de magnétisation volumique et surfacique (sur les faces perpendiculaires à  $\vec{B}_0$ ) équivalentes à la lame magnétisée.

b) En déduire les champs magnétiques  $\vec{B}_{20}$  et  $\vec{B}_2$  existant respectivement à l'extérieur et à l'intérieur de la lame et vérifier les équations de passage sur l'une des faces de la lame.

c) Exprimer l'intensité d'aimantation  $\vec{M}_2$  du matériau magnétique en fonction de  $\vec{B}_0$ .

Comparer ces résultats avec ceux rappelés au début de l'exercice pour une lame orientée parallèlement au champ initial. Quelle conclusion en tirez-vous ?

2. La normale aux faces de la lame est maintenant inclinée d'un angle  $\theta$  quelconque par rapport à la direction du champ  $\vec{B}_0$  (figure 3).

a) Indiquer comment on peut utiliser les résultats de la question précédente et ceux rappelés au début de l'exercice, pour déterminer les champs magnétiques à l'extérieur,  $\vec{B}_{30}$ , et à l'intérieur,  $\vec{B}_3$ , de la lame. On précisera la norme de  $\vec{B}_3$  et l'angle  $\theta'$  formé avec la normale  $\vec{n}$ .

b) Quelle est la différence importante par rapport aux deux cas limite vus précédemment ?

c) Vérifier les conditions de passage sur l'une des deux faces de la lame.

d) Dans quelles conditions pourrait-on utiliser cette méthode si le matériau constituant la lame était ferromagnétique ?

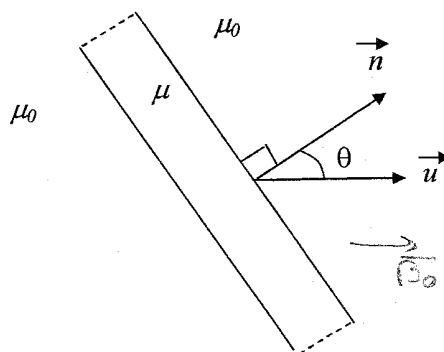


Figure 3

3. Question bonus : on supprime le champ  $\vec{B}_0$  et on place dans le vide une lame à faces parallèles aimantée dont les faces parallèles sont perpendiculaires à  $\vec{u}$  ( $\theta = 0$ ). L'intensité d'aimantation de la lame est permanente uniforme et constante  $\vec{M}_4 = M_4 \vec{u}$ . Déterminer les champs magnétiques  $\vec{B}_{40}$  et  $\vec{B}_4$ , respectivement à l'extérieur et à l'intérieur de la lame. Qu'en concluez-vous sur le plan pratique ?



|               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                           |
|---------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1.b           | <p><math>\vec{M}_2 = M_2 \vec{u}</math> est // à la normale aux faces de la lame <math>\Rightarrow \vec{k} = 0</math> sur les deux faces.....</p> <p>Comme il n'y a pas de courants de magnétisation, on en conclut <math>\vec{B}_{20} = \vec{B}_2 = \vec{B}_0</math>.....</p> <p>Continuité de la composante normale de <math>\vec{B}</math> vérifiée car <math>\vec{B}_{20} = \vec{B}_2</math>.....</p> <p>Pas de composante tangentielle de <math>H</math>, ni de courant de surface <math>\Rightarrow</math> équation de passage vérifiée. (exiger justification sinon 0,25/0,5).....</p> <p><math>\vec{H}_2 = \frac{\vec{B}_0}{\mu} - \vec{M}_2 \Rightarrow \vec{M}_2 = \frac{\mu - \mu_0}{\mu \mu_0} \vec{B}_0</math>.....</p> <p>Si seulement, <math>\vec{M}_2 = \chi \frac{\vec{B}_0}{\mu}</math> 0,25/0,5.....</p> <p>Le champ <math>\vec{B}</math> dans la lame dépend fortement de son orientation par rapport au champ appliqué.....</p> <p>Le matériau étant parfait, il présente une réponse linéaire, et on peut décomposer le champ appliqué en une composante parallèle, <math>B_{0//} = B_0 \sin \theta_v</math> (<math>v</math> unitaire // à la lame).....</p> <p>et une composante perpendiculaire, <math>B_{0\perp} = B_0 \cos \theta_v</math>, à la lame et additionner les effets de chacune des composantes.....</p> <p>A l'extérieur, dans les deux cas les effets sont nuls : <math>\vec{B}_{30} = \vec{B}_0</math>.....</p> <p>Dans la lame : <math>\vec{B}_3 = B_0 (\cos \theta_v + \frac{\mu}{\mu_0} \sin \theta_v)</math>.....</p> <p><math>B_3 = B_0 \sqrt{\cos^2 \theta + (\frac{\mu}{\mu_0})^2 \sin^2 \theta} = B_0 \sqrt{1 + (\mu_r - 1) \sin^2 \theta}</math>.....</p> <p><math>\tan \theta' = \frac{\mu}{\mu_0} \tan \theta = \mu_r \tan \theta</math>.....</p> <p>Différence : les lignes de champs sont maintenant modifiées à l'intérieur de la lame (réfraction des lignes de champ).....</p> <p>Conditions de passage :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Continuité de composante normale de <math>\vec{B}</math> : à l'extérieur <math>B_{n0} = B_0 \cos \theta</math> et à l'intérieur <math>B_{n3} = B_3 \cos \theta' = B_0 \cos \theta</math> (voir expression vectorielle de <math>\vec{B}_3</math>) <math>\Rightarrow</math> vérifié.....</li> <li>- Continuité composante tangentielle de <math>\vec{H}</math> (pas de courant de surface vrai) : à l'extérieur <math>H_{t0} = \frac{B_0}{\mu_0} \sin \theta</math> et à l'intérieur <math>H_{t3} = \frac{B_3}{\mu} \sin \theta' = \frac{B_0}{\mu_0} \sin \theta</math> (voir expression vectorielle de <math>\vec{B}_3</math>) <math>\Rightarrow</math> vérifié.....</li> </ul> | 0,5<br>0,5<br>0,25<br>0,5<br>0,5<br><del>0,5</del><br>0,5<br>0,5<br>0,75<br>0,25<br><del>0,5</del><br>0,5 |
| 1.c           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                           |
| 2.a           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                           |
| 2.b           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                           |
| 2.c           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                           |
| 2.d           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                           |
| 3             | <p>Selon les mêmes arguments qu'à l'1°), les courants de magnétisation sont nuls.</p> <p><math>\Rightarrow \vec{B}_{40} = \vec{B}_4 = \vec{0}</math></p> <p>Conséquence pratique : la forme de plaque mince c'est-à-dire dont les dimensions latérales sont grandes par rapport à son épaisseur n'est pas appropriée pour la conception d'un aimant.....</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 0,25<br>+0,5 (bonus)<br>+0,5 (bonus)<br>7,5 pts                                                           |
| total         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 20 pts                                                                                                    |
| TOTAL GENERAL |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 20 pts                                                                                                    |

15/10