INSA –1er Cycle Jeudi 19 décembre 2002
SCAN 70-71

INTERROGATION n°3 : 1,5H

(sans document, avec calculatrice de base)

Barème indicatif :
Questions de cours : 5 points ; Exerc.1 : 7,5 points ; Exerc.2: 7,5 points .

Questions de cours

A) Soit la tension $u(t)=4\sin(\omega t+20°)$ en volt. Donner la tension complexe, l'amplitude complexe, l'amplitude et la valeur efficace.

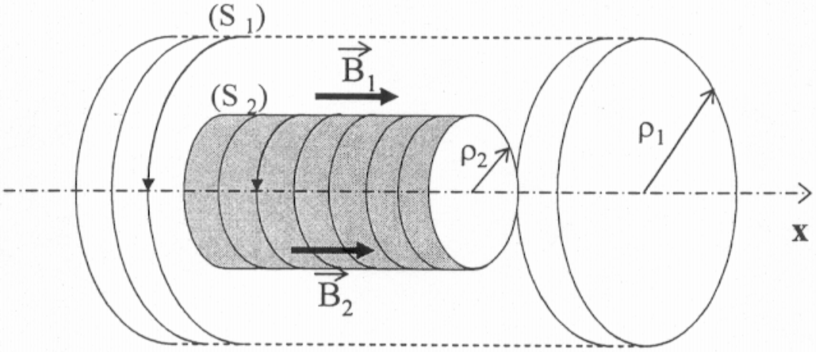
B) On s'intéresse à la propagation suivant une direction particulière 0x, dans le sens des x croissants, d'une onde sonore dans l'air. Sa propagation a lieu sans amortissement à la vitesse de 340 m/s et l'on suppose que l'onde est harmonique de fréquence égale à 12 kHz, avec une amplitude maximum d'oscillation du milieu de 3×10^{-5} m. A la position x=0 et à l'instant initial t=0, le déplacement des molécules du au passage de l'onde est de 1.5×10^{-5} m.

1. Donner une représentation schématique du déplacement de l'air u(t), à x donné, dû à la propagation de l'onde le long de l'axe (Ox) au cours du temps. Indiquer sur ce schéma votre définition de la longueur d'onde et calculer sa valeur.

2. Donner l'expression générale représentant la propagation de cette onde harmonique, en précisant la définition de chaque terme ainsi que sa valeur numérique en fonction des données précédentes.

3. Déterminer le lieu des points ou le déplacement algébrique est maximum à t=0.

Exercice 1



Considérons le montage ci-dessus constitué de deux solénoïdes (S_1) et (S_2) de section circulaire ayant pour caractéristiques :

- n_1 et n_2 spires par unité de longueur,
- de rayon ρ_1 et ρ_2 avec $\rho_1 \geq \rho_2$,
- de longueur l_1 et l_2 avec $l_1 \geq l_2$, ces deux longueurs étant suffisamment grandes pour pouvoir considérer chaque solénoïdes comme infiniment long et *négliger les effets d'extrémités*,

- l'enroulement du fil constituant chaque solénoïde conduit à considérer pour chacun une résistance totale R_1 et R_2.

La même convention pour le sens du courant est adoptée pour chaque solénoïde et celle-ci est indiquée par des flèches dans la figure ci-dessus. Dans le texte, les lettres majuscules en caractère gras désignent des vecteurs.

On place le solénoïde (S2) à l'intérieur de (S1) et on se propose d'étudier le couplage entre les deux solénoïdes.

1. Déterminer les inductances propres L_1 et L_2 ainsi que les inductances mutuelles M_{12} et M_{21} en fonction des caractéristiques géométriques de chaque solénoïde et de leur enroulement. Que peut-on dire de M_{12} vis à vis de M_{21} ?

2. Le solénoïde (S_2) est maintenant bouclé sur lui-même. Un courant sinusoïdal $I(\omega)$ de pulsation ω parcourt (S_1) et produit le champ magnétique $\mathbf{B}_1(t)$ à l'intérieur de ce solénoïde.

   2.1. Quelle est le schéma électrique équivalent du système avec (S_1) alimenté par la tension variable u(t) et (S_2) court-circuité sur lui-même ?

   2.2. Indiquer l'origine et les contributions au champ magnétique total régnant dans les régions délimitées par :
   $\rho < \rho_2$
   $\rho_2 < \rho < \rho_1$
   $\rho > \rho_1$

   2.3. On désigne par $\mathbf{B}_{2T}$ et $\mathbf{B}_{1T}$ les champs à l'intérieur de (S_2) et pour $\rho_2<\rho < \rho_1$ resp. .A partir des relations de maille et du théorème d'Ampère, établir la relation qui gouverne l'évolution dans le temps de $\mathbf{B}_{2T}(t)$ et $\mathbf{B}_{1T}(t)$ en fonction de μ_0, N_2, L_2, ρ_2 et R_2.

   2.4 En exprimant $\mathbf{B}_{1T}$ et $\mathbf{B}_{2T}$ en notation complexe $\underline{\mathbf{B}_{imT}}=\underline{B_{im}}e^{jwt}\mathbf{e}_x$, quelles sont les relations entre $\underline{B_{1T}}$ et $\underline{B_{2T}}$? en déduire la relation entre les modules B_{1m} et B_{2m} .

3. A présent, on applique une tension $u_1(t)$ aux bornes de (S_1) qui a la forme d'un signal carré d'amplitude +/- E et de période grande par rapport aux constantes de temps associées aux solénoïdes. De plus, (S_2) n'est plus en court-circuit mais branché aux bornes d'un oscilloscope pour observer $u_2(t)$. Dans ce cas, on peut considérer que $i2\approx 0$.

   3.1. Déterminer l'expression du courant $i_1(t)$ aux bornes de (S_1) et de la tension $u_2(t)$ aux bornes de (S_2). Pour un instant t_0 de basculement de la tension appliquée (par exemple de +E à –E), quelle(s) condition(s) doit (doivent) satisfaire les tensions et les courants aux bornes des deux solénoïdes entre $t_0-\varepsilon$ et $t_0+\varepsilon$ (ε un incrément de temps infiniment petit)?

   3.2. Donner une représentation schématique de l'évolution de $i_1(t)$ et de $u_2(t)$ en fonction du signal carré de $u_1(t)$.

Exercice 2

Un dipôle **AB** est constitué d'un résistor de résistance R en série avec un condensateur de capacité C (figure **2**).

Lorsque l'interrupteur **K** est en position **(1)**, le dipôle est alimenté par une source de tension de f.é.m. E constante et de résistance r.

Les extrémités **A** et **B** du dipôle peuvent être court-circuitées en plaçant l'interrupteur en position **(2).**

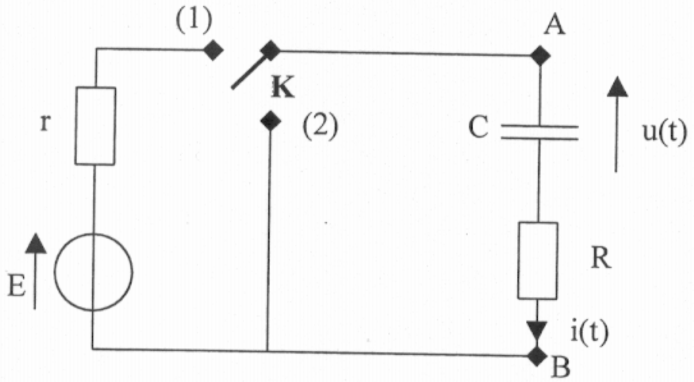


Figure **2**

i(t) désigne l'intensité instantanée du courant dans le dipôle **AB** et u(t) la tension aux bornes du condensateur.

Le condensateur étant initialement déchargé, on place l'interrupteur **K** en position (1), à l'instant initial t = 0.

1) On s'intéresse à la charge du condensateur.

1.1. Déterminer l'équation différentielle liant u(t) et t.
1.2. En déduire la fonction u(t).
1.3. Qu'appelle-t-on constante de temps τ du circuit

1.4. Donner l'expression de l'intensité i(t).

1.5. Représenter graphiquement l'allure des fonctions u(t) et i(t).

1.6. *Application numérique.* $R = 1\ k\Omega$; $r = 100\ \Omega$; $C = 15\ \mu F$.

Donner un ordre de grandeur du temps de charge du condensateur.

1.7. Montrer qu'au bout d'un temps infini, l'énergie fournie par le générateur est également répartie entre le condensateur et la résistance (r+R).

2) Au bout d'un temps très long t', on bascule l'interrupteur en position **(2).**

2.1. Déterminer la fonction u(t).

2.2. Donner l'expression de i(t).

2.3. Représenter graphiquement ces deux fonctions.

2.4. Donner, sans démonstration, la forme sous laquelle le condensateur restitue, au cours de la décharge, l'énergie qu'il avait emmagasinée.

Correction et bareme Exercice1 IE3 2002-03
total de 7.5 points

1/ $L_1=\mu_0 n_1^2 l_1 \pi \rho_1^2$ **0.5**
$L_2=\mu_0 n_2^2 l_2 \pi \rho_2^2$ **0.5**
$M_{12}=M_{21}=M=\mu 0 n_1 n_2 l_2 \pi \rho_2^2$ **0.5**

1,5

2/
2.1 schéma des 2 bobines en interaction **0.5**

0,5

2.2 si tout OK, **1pt,** si erreur dans un des 2 premiers domaines, **0.5 / 1.**
$\rho_1>\rho>\rho_2$, champ B1
$\rho<\rho_2$, champ B1 + B2
$\rho>\rho_1$: B=0

1

2.3 $R_2I_2=e_{\text{induit total}}=-dB_{2_T}/dt\ n_2 l_2 \pi \rho_2^2$ **0.5**

théorème d'ampère :
$B_{2_T}-B_{1_T}=\mu_0 n_2 I_2$ **0.5**

Et donc : $B_{2_T}-B_{1_T}+\mu_0 dB_{2_T}/dt\ n^2{}_2 l_2 \pi \rho_2^2/R_2=0$ **0.5**

Soit :

1,5

2.4 $\underline{B}_2/\underline{B}_1=1/(1+jL_2\omega/R_2)$ en notation complexe **0.5**

soit les modules
$B_2/B_1=1/(1+(L_2\omega/R_2)^2)^{1/2}$ **0.5**

1

3/
3.1

$U_2=R_2I_2+L_2\, dI_2/dt+M\, dI_1/dt \approx M dI_1/dt$ car $I_2\approx 0$
$U_1=R_1I_1+M dI_2/dt+L_1\, dI_1/dt$

→ $I_1(t)=\pm E/R_1\ (1-2e^{-t/\tau 1})$, $\tau=L_1/R_1$ **0.5**

$u2(t)=\pm 2\,E\,M/L_1\, e^{-t/\tau}$ **0.5**

continuité du courant aux I1 aux bornes de la bobine **0.5**

1,5

3.2 Description schématique **et**
tracé **0.5**

0,5

-x 2

Pts/20

)

1.1 Equation différentielle liant u(t) et t : $\boxed{(R+r)C\frac{du(t)}{dt}+u(t)=E}$ 0,5

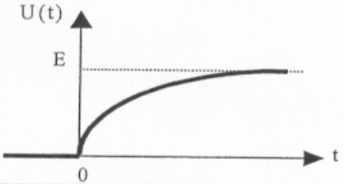
1.2 En tenant compte des conditions initiales (u(0) = 0) , la résolution de l'équation différentielle conduit à :

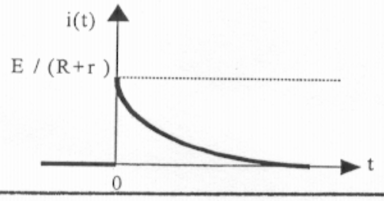
$\boxed{u(t) = E(1-e^{-\frac{t}{\tau}})}$ avec $\underline{\tau = (R+r)C}$ 0,5

1.3 τ caractérise la rapidité de l'évolution temporelle de la tension u(t) pour « atteindre » le régime permanent .
Pour t = 3τ , u(t) ne diffère plus de sa valeur en régime permanent que de 5 % . ; $\tau = (r+R)C$; 0,5

1.4 $i(t) = C\frac{du(t)}{dt}$ donc $\boxed{i(t) = \frac{E}{R+r}e^{-\frac{t}{\tau}}}$ 0,5

1.5 Représentations de u(t) et i(t)





0,5 ; 0,5 ①

1.6 *Application numérique*
$\underline{\tau = 16{,}5\ \text{ms}}$ 0,5

1.7 Au bout d'un temps infini :

l'énergie fournie par le générateur vaut $W_G = \int_0^{+\infty} E\, i(t)\, dt = CE^2$ 0,5

l'énergie emmagasinée par le condensateur vaut $W_C = \int_0^{+\infty} u(t)\, i(t)\, dt = \frac{1}{2}CE^2$ 0,5

l'énergie dissipée par effet Joule dans (R+r) vaut $W_J = \int_0^{+\infty} (R+r)\, i^2(t)\, dt = \frac{1}{2}CE^2$ 0,5

Au bout d'un temps infini , l'énergie fournie par le générateur est également répartie entre le condensateur et la résistance (R+r) . (1,5)

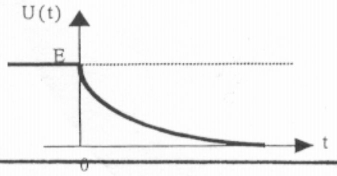
2) On considère le régime permanent atteint car t' est supposé très grand ce qui signifie qu'avec un changement de l'origine des temps , les nouvelles conditions initiales s'écrivent : u(0) = E et i(0) = 0

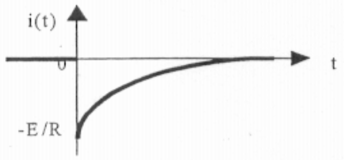
2.1 L'équation différentielle s'écrit : $RC\frac{du(t)}{dt} + u(t) = 0$ qui conduit compte tenu des conditions initiales à :

$\boxed{u(t) = E\,e^{-\frac{t}{\tau'}}}$ avec τ' = RC 0,5

2.2 $\boxed{i(t) = C\frac{du(t)}{dt} = -\frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau'}}}$ 0,5

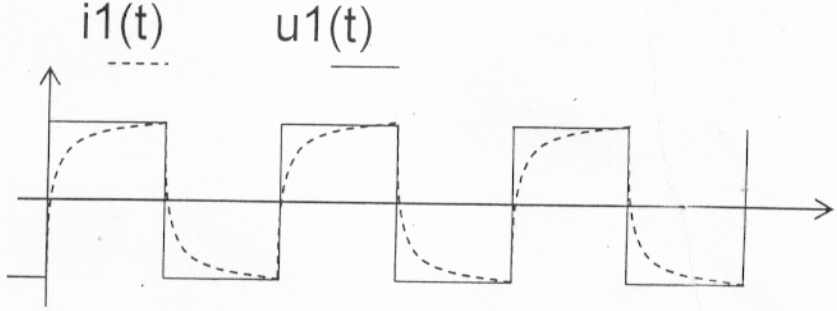
2.3 Représentations de u(t) et i(t)

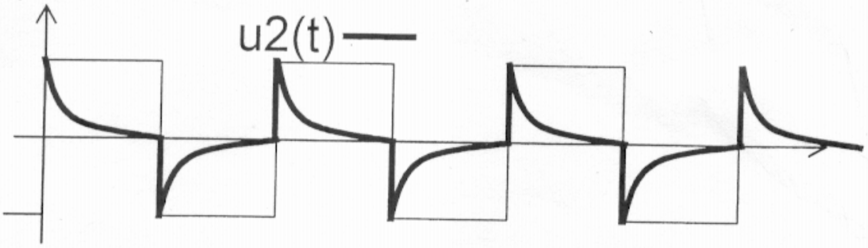




0,5 ; 0,5 ①

2.4 Lors de la décharge , l'énergie que le condensateur avait emmagasinée est dissipée par effet Joule à travers la résistance R. 0,5





questions de cours

A)

$\underline{u}(t) = 4e^{-j70°}e^{j\omega t}$

$\underline{U} = 4e^{-j70°}$ } 0,5

$U_M = 4\ V$

$U = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2{,}83V$ } 0,5

①

B)

1. représenter une harmonique (0.5)
   indiquer la longueur d'onde (0.5)
   A.N. = 2.83 cm (0.5)

(1,5)

2. u(x,t)=u$_M$. cos(wt – kx + phi) (0.5)
   u$_M$=3×10^{-5} m

   k=2π/λ= 221 /m (0.5)
   pulsation de l'onde ω=2πf= 75360 rad/s

   phi = phase à l'origine : u(0,0)= 1.5×10^{-5} = 3×10^{-5}. ~~sin~~ cos (w0 – k0 + phi)
   soit ~~sin~~ cos (phi) = 0.5 et donc phi = π/~~6~~ 3 ~~ou 5π/6 [2π]~~. (0.5)

(1,5)

3. à t=0, les lieux de max en u(0,t) vérifient ~~sin~~ cos (−kx+phi) = 1 (0.5)
   soit −kx + phi = ~~(2n+1)π/2~~ 2nπ , n entier (0.5)

①

$kx = \varphi - 2n\pi$

$\frac{2\pi x}{\lambda} = \frac{\pi}{3} - 2n\pi \Longrightarrow \boxed{x = \frac{\lambda}{6} - n}$