PHYSIQUE
Interrogation n°3

Lundi 13 Décembre 2004

Durée : 1,30 h

Barème approximatif : Exercice 1 : 10 points, Question de cours : 2,5 points, Exercice 2 : 7,5 points

Exercice 1 : Circuits en régime quasi-permanent

Un dipôle AB est constitué d'une résistance R en série avec un condensateur de capacité C (figure 1). Lorsque l'interrupteur K est en position (1), le dipôle est alimenté par une source de tension de f.e.m. E constante et de résistance interne r . Les extrémités A et B du dipôle peuvent être court-circuitées en plaçant l'interrupteur en position (2).

Figure 1

$i(t)$ désigne l'intensité instantanée du courant dans le dipôle AB et $u(t)$ la tension aux bornes du condensateur.

- 1) Le condensateur (C) étant initialement déchargé, on place l'interrupteur K en position (1), à l'instant initial $t = 0$. On s'intéresse à la charge du condensateur.
 - 1.1. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $u(t)$. ✓
 - 1.2. En déduire l'expression de $u(t)$. ✓
 - 1.3. Qu'appelle-t-on et que représente la constante de temps τ du circuit ? ✓
 - 1.4. Déterminer l'expression de l'intensité $i(t)$. ✓
 - 1.5. Représenter graphiquement l'allure de $u(t)$ et de $i(t)$. ✓
 - 1.6. Application numérique : $R = 1 \text{ k}\Omega$; $r = 100 \Omega$; $C = 15 \mu\text{F}$.
Calculer la constante de temps de charge du condensateur. ✓
 - 1.7. Exprimer, au bout d'un temps infini, l'énergie fournie par le générateur, l'énergie électrostatique emmagasinée par le condensateur et l'énergie dissipée par effet Joule.
Conclusion. ✓

- 2) Au bout d'un temps t' très long (très supérieur à la constante de temps de charge du condensateur), on bascule l'interrupteur en position (2). On prend l'instant t' comme nouvelle origine des temps.
 - 2.1. Déterminer l'expression de $u(t)$.
 - 2.2. Donner l'expression de $i(t)$.
 - 2.3. Représenter graphiquement l'allure de $u(t)$ et de $i(t)$.
 - 2.4. Donner, sans démonstration, la forme sous laquelle le condensateur restitue, au cours de la décharge, l'énergie qu'il avait emmagasinée.

- 3) On remplace la source de tension continue par une source de tension sinusoïdale de f.e.m. $e(t) = E_m \cos(\omega t)$ et d'impédance interne r . Le condensateur (C) est déchargé. A l'instant $t = 0$, on bascule l'interrupteur K en position (1). Déterminer l'expression de la tension $u(t)$.

Question de cours ONDES

- 1) Quelle est la différence entre une vague et une ride à la surface de l'eau ?
- 2) Quel est le type d'onde de surpression qui est représenté par l'équation $p = \frac{1}{r} f(r + Vt)$?
- 3) Donner un exemple d'onde de matière. Citer une application de ce type d'onde.

Exercice 2 : Ondes acoustiques

La figure 1 représente les deux « images », prises aux instants $t_1 = -0,2$ s et $+0,3$ s de la surpression d'une onde acoustique émise sous la forme d'un « train » d'onde sinusoïdale se propageant dans un tuyau à paroi rigide de section $S = 1$ cm², d'axe Ox (onde 1D). La masse volumique du fluide est $\rho_0 = 2$ kg/m³.

- 1) On demande de déterminer les caractéristiques suivantes de la perturbation : vitesse de propagation V , longueur d'onde λ , fréquence f , impédance spécifique Z du milieu.
- 2) Sachant que la source a commencé à émettre à l'instant $t = -0,4$ s, déterminer la position x_0 de la source sur l'axe Ox.
- 3) Donner l'expression littérale représentant la variation de la surpression $p(x, t)$, en utilisant les paramètres P_M (amplitude de la surpression), f , t_0 , x_0 et λ .
- 4) Représenter la surpression, puis le déplacement u des « particules » en fonction du temps, pour un « observateur » situé à l'origine $x = 0$, sur les graphiques de la figure 2 (justifier les éléments conduisant au tracé du graphe). Quelle conclusion, relative à la réalisation pratique d'une telle onde, pouvez-vous tirer de l'examen du graphe $u(t)$?
- 5) Déterminer l'expression littérale, puis la valeur numérique de l'énergie totale transportée par l'onde.

Figure 1 : Images de la surpression aux instants t_1 (trait fin) et t_2 (trait gras).

Exercice 1

1.

1.1 $E = (r+R)i + u$

et $i(t) = C \frac{du(t)}{dt}$

0,25

0,25

Equation différentielle vérifiée par $u(t)$: $(R+r)C \frac{du(t)}{dt} + u(t) = E$

0,5

1.2 Régime transitoire : $u(t) = Ke^{-\frac{t}{(R+r)C}}$

0,25

Régime forcé : $u = E$

0,25

Condition initiale : $u(0) = 0$ donc $K = -E$

0,25

$u(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{(R+r)C}})$

0,25

1.3 $\tau = (R+r)C$

0,25

τ caractérise la rapidité de l'évolution temporelle de la tension $u(t)$ pour « atteindre » le régime forcé. Pour $t = 3\tau$, $u(t)$ ne diffère plus de sa valeur en régime permanent que de 5%.

0,25

1.4 $i(t) = C \frac{du(t)}{dt}$ donc $i(t) = \frac{E}{R+r} e^{-\frac{t}{\tau}}$

0,25

1.5 Représentations de $u(t)$ et $i(t)$

0,5 + 0,5

1.6 Application numérique $\tau = 16,5$ ms

0,25

1.7 Au bout d'un temps infini :

l'énergie fournie par le générateur vaut $W_G = \int_0^{+\infty} E i(t) dt = CE^2$

0,5

l'énergie électrostatique emmagasinée par le condensateur vaut

$W_C = \int_0^{+\infty} u(t) i(t) dt = \frac{1}{2}QE = \frac{1}{2}CE^2$

0,25

l'énergie dissipée par effet Joule dans $(R+r)$ vaut $W_J = \int_0^{+\infty} (R+r) i^2(t) dt = \frac{1}{2}CE^2$

0,5

Au bout d'un temps infini, l'énergie fournie par le générateur est emmagasinée pour moitié par le condensateur et dissipée par effet Joule pour l'autre moitié.

0,25

2. 2.1 L'équation différentielle s'écrit : $RC \frac{du(t)}{dt} + u(t) = 0$

régime transitoire : $u(t) = Ke^{-\frac{t}{\tau}}$ avec $\tau = RC$

0,25

régime forcé : $u = 0$

0,25

conditions initiale : $u(0) = E$

0,25

$u(t) = E e^{-\frac{t}{RC}}$ avec $\tau = RC$

0,25

2.2

$i(t) = C \frac{du(t)}{dt} = -\frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$

0,25

2.3 Représentations de $u(t)$ et $i(t)$

0,25 + 0,25

2.4 Lors de la décharge, l'énergie que le condensateur avait emmagasinée est dissipée par effet Joule à travers la résistance R.

0,25

3. a) $(R+r)C \frac{du(t)}{dt} + u(t) = e$

Régime transitoire : $u(t) = K(e^{-\frac{t}{\tau}})$ avec $\tau = (R+r)C$

0,25

Régime forcé : $i = jC\omega u$ soit $j(r+R)C\omega u = e$

Soit $u = \frac{e}{1 + j(r+R)C\omega}$

0,5

En posant $u = U_M \cos(\omega t - \Phi)$

$$U_M = \frac{E_M}{\sqrt{1 + (r+R)^2 C^2 \omega^2}}$$

0,5

$\Phi = \arctan((r+R)C\omega)$

0,5

$$u = Ke^{-\frac{t}{\tau}} + U_M \cos(\omega t - \Phi)$$

à $t = 0, u = 0$ donc $K = U_M \cos \Phi$

0,25

donc $u = U_M e^{-\frac{t}{\tau}} + U_M \cos(\omega t - \Phi)$

0,5

TOTAL

10 points

Questions de cours :

1) Vague ↔ mécanisme de gravité	0,5
Ride ↔ effet de la tension de surface.	0,5
2) Onde sphérique convergente Si "r décroissant" au lieu de "convergente" noter 0,25/0,5	0,25 + 0,5
3) Onde d'électrons – application à la diffraction ou à l'examen de la structure cristallographique	0,5 + 0,25
Total :	2,5

Exercice 3 :

1) $V = \Delta x / \Delta t = 460 \text{ m/s}$	0,5
$\lambda = 10,5 \text{ m}$	0,5
$f = c / \lambda = 44 \text{ Hz}$	0,5
$Z = \rho_0 V = 920 \text{ rayls}$	0,25 + 0,25
2) $x_0 = 85 + 46 = 177 \text{ m}$	0,5
3) $p = P_M \cos [2\pi f(t-t_0) + 2\pi(x-x_0)/\lambda - \pi/2]$ (dans le domaine du train d'onde) noter 0,25 pour chacun des éléments suivants : $2\pi f(t-t_0)$, signe + (propagation dans le sens x décroissant), $2\pi(x-x_0)/\lambda$, $-\pi/2$ (avec fonction cos)	4*0,25
4) Instant de début des oscillations (en $x = 0$) = $t_d = -0,4 + x_0/V = -0,015 \text{ s}$	0,5
Instant de fin des oscillations = $t_f = t_d + 6*T = +0,12 \text{ s}$	0,5
Sur le graphe $p = f(t)$ noter sens correct de début et de fin des oscillations	0,5
$\partial u / \partial t = -p/Z$ (0,25 pour le signe)	0,5 + 0,25
u se déduit de $\int \partial u / \partial t$	0,25
Amplitude $U_M = P_M / (Z\omega) = 0,4 \text{ mm}$ (peut être noté directement sur le graphe)	0,25 + 0,25

Sur le graphe $u = f(t)$ noter début et fin tronquées correctement + signe correct de début et de fin des oscillations.	0,25+0,25
La réalisation de $u(t)$ nécessiterait un déplacement instantané ce qui est impossible à réaliser.	0,25
5) Puissance instantanée $= \gamma_i = Sp^2/Z$ $E = S \int_{6T} (p^2/Z) dt$ $= 3TSP_M^2/Z$ $= 0,95 \cdot 10^{-4} \text{ J}$	0,25 0,5 bonus 0,5 bonus 0,5 bonus
<i>Noter 0 toute autre expression fournie exacte (puissance ou intensité moyenne en régime sinusoïdal par exemple) ou erronée</i>	
Total	7,5

TOTAL

10 points