INSA LYON

Deuxième Année **Année scolaire 2005/2006**

PHYSIQUE
Interrogation n°3

Mercredi 4 janvier 2006 **Durée : 1h30**

Barème approximatif : Questions de cours : 5 pts ; Exercice 1 : 7 pts ; Exercice 2 : 8 pts.

Questions de cours

L'élasticité des organes en images, ou la palpation revisitée.

En palpant le corps humain avec ses mains, un médecin peut déceler des nodules durs dans un tissu mou. Cette méthode de diagnostic exige de l'expérience et de l'adresse et elle n'est pas infaillible. Des techniques d'imagerie de l'élasticité des tissus sont actuellement en cours de développement et pourraient à cours terme reléguer la méthode actuelle au passé.

Le module de compression K des tissus mous humains varie très peu d'un tissu à l'autre et est très voisin de celui de l'eau (de l'ordre de 10^9 Pascals), de sorte que l'échographie par ondes de compression donne des images peu contrastées pour les tissus mous.

1) Rappeler la définition, par l'intermédiaire d'une expression, du module de compression d'un matériau.

Dans l'eau, seules des ondes élastiques (acoustiques) longitudinales peuvent se propager.

2) Illustrer par un schéma la propagation d'ondes longitudinales dans une colonne d'eau excitée en mode piston par une source monochromatique. On fera bien apparaître les tranches en surpression, celles en dépression et la périodicité spatiale. Quelle relation relie la périodicité spatiale à la périodicité temporelle ?

Un tissu mou ne se comporte pas exactement comme de l'eau, mais plutôt comme un **solide**. Lorsqu'un solide est sollicité par une pression extérieure de direction quelconque, on constate que les plans atomiques sont soumis à une onde de compression (**longitudinale**) et à une onde de cisaillement (**transversale**) qui s'opère sans variation de volume, où les plans atomiques « glissent » les uns par rapport aux autres.

3) Illustrer, par un autre schéma, la propagation de ces ondes de cisaillement par l'intermédiaire de la perturbation subie par les plans atomiques successifs. Faire apparaître la périodicité spatiale.

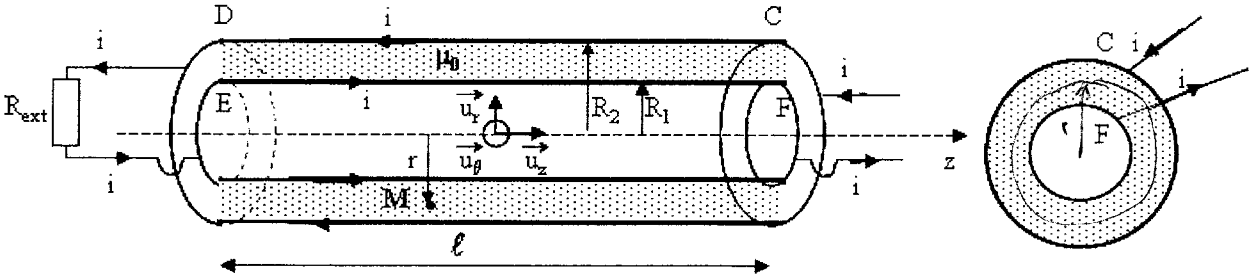
La vitesse de propagation de ces ondes de cisaillement est donnée par une relation tout à fait identique à celle des ondes de compression où l'on remplace le module de compression K par le module de cisaillement, beaucoup plus faible (10^2 à 10^7 Pascals), mais qui varie beaucoup selon l'état pathologique des tissus (*).

4) Calculer la vitesse de propagation des ondes de cisaillement dans les tissus mous pour $G = 10^5$ Pascals.
5) Quel intérêt présente une imagerie échographique par ondes de cisaillement ?

(*) *Le module de cisaillement (c'est à dire l'aptitude à transmettre une onde élastique transversale) dans les tissus humains dépend principalement des forces de liaisons intercellulaires qui se modifient lorsque le tissu est malade. Ainsi, la cirrhose et l'hépatite se traduisent par une forte variation de G du foie et, dans le sein la valeur du module de cisaillement peut-être multipliée par 10 quand on compare un carcinome (tumeur) et des tissus glandulaires normaux.*

Exercice 1 : Auto-induction dans un câble coaxial

On considère un câble électrique coaxial constitué de deux conducteurs cylindriques de même axe z'z, de longueur ℓ et de rayons R_1 et R_2 avec $R_2 > R_1$.



Les deux conducteurs sont séparés par un matériau isolant électrique, non magnétique de perméabilité μ_0. Le conducteur de rayon R_2 est revêtu d'un isolant extérieur non représenté sur la figure ci-dessus. L'épaisseur des deux conducteurs cylindriques est très faible : on pourra donc considérer que les courants qu'ils transportent sont des courants de surface et que la densité de courant superficielle est homogène pour chaque conducteur. L'ensemble est repéré en coordonnées cylindriques ($\vec{u}_r$, $\vec{u}_\theta$, $\vec{u}_z$), $\vec{u}_z$ étant dirigé selon l'axe du câble. Ce câble est branché sur une résistance externe R_{ext}. Le conducteur intérieur est parcouru par un courant total i dans le sens de $\vec{u}_z$. Le conducteur de rayon R_2 est donc parcouru par le même courant en sens inverse du précédent. L'ensemble de l'exercice est traité dans l'approximation des régimes quasi-permanents.

1) ℓ étant très supérieure à R_1 et R_2, on se placera dans l'hypothèse de conducteurs de longueur infinie. Donner, en les justifiant brièvement et en vous appuyant sur l'expression du champ magnétique créé par un fil infini parcouru par un courant i, les valeurs du champ magnétique $\vec{B}$ créé en tout point de l'espace par le câble coaxial.

2) En déduire l'énergie magnétique W stockée par ce câble.

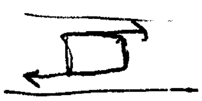
3) Montrer que le coefficient de self-induction (ou d'auto-induction) L d'un tel câble s'écrit :

$$L = \frac{\mu_0 \ell}{2\pi} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

<u>*Application numérique*</u> :
- Calculer L pour $\ell = 2$ m, $R_1 = 1$ mm, $R_2 = 1{,}5$ mm.
- Calculer numériquement l'impédance de la bobine lorsque le courant qui parcourt le circuit est sinusoïdal de fréquence 50 Hz. La résistance externe R_{ext} étant de 10 Ω, quelle conclusion en tirez-vous ?

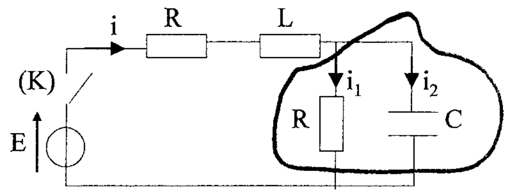
4) Le câble est parcouru par un courant variable quelconque i(t). Quelle est l'expression de la f.e.m. e d'auto-induction apparaissant à ses bornes ? En déduire, en fonction de i et des caractéristiques géométriques du câble, l'expression du flux propre Φ traversant le circuit. Comment peut-on calculer autrement ce flux Φ ?

B x AB + B, BC =



Exercice 2 : Circuits en régime quasi-permanent

I - On considère le circuit ci-dessous alimenté par un générateur de f.e.m. constante E. On ferme l'interrupteur (K) à l'instant $t = 0$, le condensateur étant initialement déchargé. Les composants R, L et C sont tels que $\mathbf{L = R^2C}$. On pose $\mathbf{RC = L/R} = \tau$.



1) Sans faire aucun calcul, prévoir les valeurs $(i_1)_p$, $(i_2)_p$ et $(i)_p$ des courants i_1, i_2 et i en régime permanent continu.

2) Ecrire les conditions initiales et en déduire les valeurs $(i_1)_{0+}$, $(i_2)_{0+}$ et $(i)_{0+}$ des courants i_1, i_2 et i à l'instant $t = 0+$.

3) Ecrire un système de 3 équations indépendantes vérifiées par les courants i_1, i_2 et i. En déduire la valeur $(di/dt)_{0+}$ de (di/dt) à l'instant $t = 0+$.

4) A partir de ce système d'équations, on montre que l'équation différentielle vérifiée par le courant i(t) s'écrit :

$$\tau^2\frac{d^2i}{dt^2} + 2\tau\frac{di}{dt} + 2i = \frac{E}{R}$$

Sans faire de démonstration complète, justifier simplement le fait que la solution i(t) est de la forme :

$$i(t) = K + e^{\frac{-t}{\tau}}\left[A\cos\frac{t}{\tau} + B\sin\frac{t}{\tau}\right] \qquad \text{avec} \qquad \tau = RC = L/R$$

Donner la valeur de K.
Déterminer les valeurs de A et B en fonction de E et R.

II - On remplace la source de tension continue par une source de tension sinusoïdale de f.e.m. $e(t) = E_M \cos\omega t$. Le condensateur (C) est initialement déchargé. A l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur (K).

1) On s'intéresse d'abord au **régime permanent**.

a) Montrer que l'impédance complexe équivalente $\underline{z}$ du circuit peut se mettre sous la forme :

$$\underline{z} = R\left[1 + \frac{\overset{1}{\cancel{K_1}}}{1+\tau^2\omega^2}\right] + jL\omega\left[1 + \frac{\overset{-1}{\cancel{K_2}}}{1+\tau^2\omega^2}\right] \qquad \text{(on rappelle}$$

que $R^2C = L$)

Donner les valeurs de K_1 et K_2.

Application numérique : $E_M = 10$ V, $\omega = 1000$ rd/s, $R = 1000\ \Omega$, $L = 1$ H, $C = 1\ \mu$F, $RC = L/R = \tau = 10^{-3}$ s.

Calculer numériquement l'impédance complexe $\underline{z}$.

b) Déterminer numériquement le courant i(t) en régime sinusoïdal permanent sous la forme $i(t) = I_M\cos(\omega t - \varphi)$.

2) Donner la forme de l'expression de i(t) pour tout instant $t \geq 0$, puis les deux équations qui permettraient de déterminer les constantes d'intégration (on ne demande pas de calculer ces constantes).

I. E de physique n°3 du 4 janv 2006

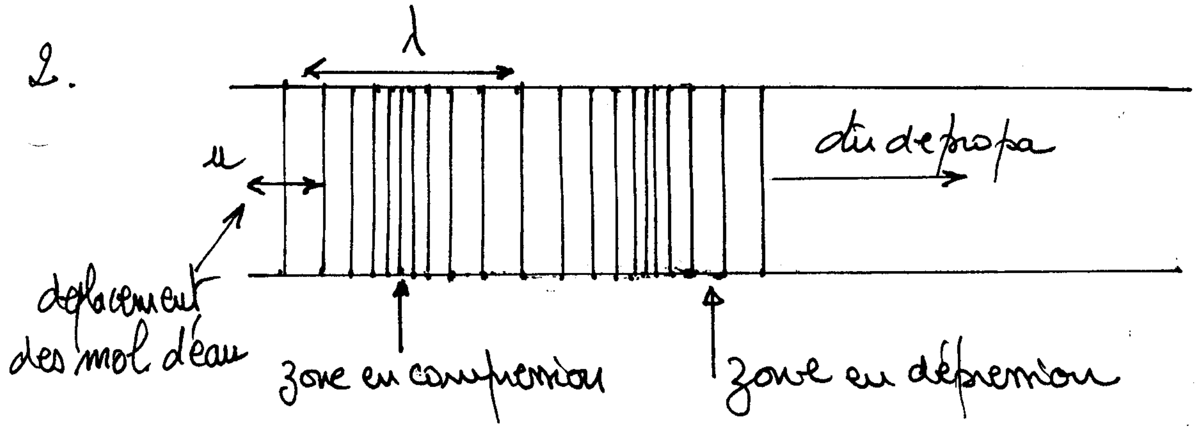
Question de cours (Lamière K).

1. $$\delta p = -K \frac{\delta V}{V}$$

Variation de pression

Variation relative du volume de matière soumis à la variation δp

2.

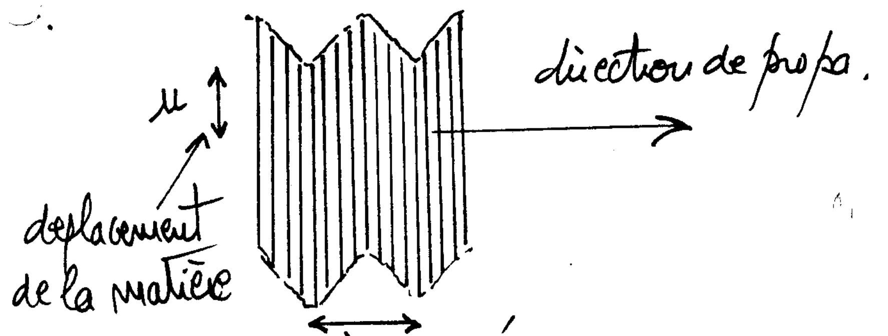


$$\lambda = v\,T$$

vitesse de propag.

période temporelle

3.



$$\lambda = v' T$$

4) $v' = \sqrt{\frac{G}{\rho}} = 10\ m/s$

5) plus de contraste entre les tissus sains et malades.

CORRIGE-BAREME
Interrogation 3 du 4 Janvier 2006

Questions de cours

1) Onde plane

Equation d'une surface d'onde : $kx = c^{ste}$ soit $x = c^{ste}$

Direction de propagation : selon l'axe des x, dans les sens des x décroissant

Vitesse de phase : $V = \omega/k$

Période temporelle : $T = 2\pi/\omega$

Fréquence : $f = \omega/2\pi$

Longueur d'onde : $\lambda = 2\pi/k$

Valeur efficace : $P_{eff} = P_M/\sqrt{2}$

2) $$div\,\vec{B} = 0 \qquad div\,\vec{D} = \rho \qquad \overrightarrow{rotH} = \vec{j} + \frac{\partial D}{\partial t} \qquad \overrightarrow{rotE} = -\frac{\partial B}{\partial t}$$

Dans le vide $div\,\vec{B} = 0$ et $div\,\vec{E} = 0$ donc E et B transversaux

A partir de $\overrightarrow{rotE} = -\frac{\partial B}{\partial t}$ avec $\vec{E} = f(z-Vt)$ et $\vec{B} = g(z-Vt)$,

z direction de propagation, V vitesse de phase

On obtient $\vec{n}\wedge\frac{dE}{d\alpha} = V\frac{dB}{d\alpha}$ avec $\alpha = z - Vt$

Après intégration $n\wedge E = VB$ en prenant la Cste d'intégration nulle.

(si oubli de la constante d'intégration prise égale à 0 : 0,25/0,5)

Soit $B = \frac{n}{V}\wedge E$

TOTAL Questions de c

EXERCICE I

1) application du théorème d'Ampère et superposition des 2 champs

$\vec{B} = \vec{0}$ pour $r < R_1$ ou $r > R_2$

$\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}\vec{u}_\theta$ pour $R_1 < r < R_2$

2) $$W = \iiint_{(\tau)} \frac{B^2}{2\mu_0} d\tau = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\mu_0 i^2 \ell}{4\pi}\frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 i^2 \ell}{4\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

3) $$W = \frac{1}{2}Li^2 \;\rightarrow\; L = \frac{\mu_0 \ell}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

$L = 8{,}1.\,10^{-8}$ H $16{,}2\;10^{-8}$ H

En alternatif , l'impédance de la self est $z_L = j2{,}55.\,10^{-5}\ \Omega$ et est négligeable devant R_{ext}.

4) $$e = -L\frac{di}{dt}$$

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} \quad \text{soit} \quad \Phi = Li = \frac{\mu_0 \ell i}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

Φ est le flux de B à travers une section CDEF du câble coaxial.

$$\Phi = \int_{R_1}^{R_2} \vec{B}.\vec{dS} = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\mu_0 i}{2\pi r}\ell dr = \frac{\mu_0 \ell i}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

TOTAL Exer

	EXERCICE II
I1)	En régime permanent continu, le condensateur est chargé sous la ddp E et $(i_2)_p = 0$ donc $(i)_p = (i_1)_p = E/2R$
I2)	Continuité du courant dans L donc : $(i)_{0+} = 0$ Continuité de la ddp aux bornes de C donc $(u_C)_{0+} = 0$ Donc $R(i_1)_{0+} = 0$ donc $(i_1)_{0+} = 0$ Donc $(i_2)_{0+} = 0$
I3)	$E = L\,di/dt + Ri + Ri_1$ $Ri_1 = \frac{1}{C}\int i_2 dt$ ou $R\frac{di_1}{dt} = \frac{i_2}{C}$ $i = i_1 + i_2$ D'après la première équation : $(di/dt)_{0+} = E/L$
I4)	Eq. caractéristique $\tau^2 r^2 + 2\tau r + 2 = 0$ Le discriminant réduit est égal à $-\tau^2 < 0$ Donc 2 racines complexes : $r = (-1 \pm j)/\tau$ Ce qui conduit à $i(t) = K + e^{-\frac{t}{\tau}}\left[A\cos\frac{t}{\tau} + B\sin\frac{t}{\tau}\right]$ K régime permanent donc $K = (i)_p = E/2R$ $(i)_{0+} = 0 \Rightarrow A = -E/2R$ $(di/dt)_{t=0} = E/L \Rightarrow B = E/2R$ soit $i(t) = \frac{E}{2R}\left[1 + e^{-\frac{t}{\tau}}\left(\sin\frac{t}{\tau} - \cos\frac{t}{\tau}\right)\right]$
II1) a)	$\underline{z} = (jL\omega + R) + \frac{1}{\frac{1}{R} + jC\omega}$ Soit $\underline{z} = R\left[1 + \frac{1}{1+\tau^2\omega^2}\right] + jL\omega\left[1 - \frac{1}{1+\tau^2\omega^2}\right]$ donc $K_1 = 1$ et $K_2 = -1$. A.N. $\underline{Z} = (1500 + 500j)\Omega$ *(mettre 0/0,25) si K_1 et K_2 faux)*
b)	$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{z}}$ $I_M = \frac{U_M}{Z}$ soit $I_M = \frac{U_M}{\sqrt{(1500)^2 + (500)^2}} = 6{,}3mA$ *(mettre 0/0,25) si K_1 et K_2 faux)* $\varphi = \arg(\underline{z})$ Soit $\tan\varphi = 500/1500$, $\varphi = 0{,}321$rad $= 18{,}43°$ *(mettre 0/0,25) si K_1 et K_2 faux)* i(mA)=6,3cos(1000t-0,321rad)
II2)	$i = e^{-\frac{t}{\tau}}\left[A\cos\frac{t}{\tau} + B\sin\frac{t}{\tau}\right] + I_M\cos(\omega t - \varphi)$ $t = 0$, $(i)_{0+} = 0$, et $(di/dt)_{0+} = (e)_{0+}/L = E_M/L$ $\Rightarrow A = -I_M\cos\varphi$ $\Rightarrow B = (E_M/R) - I_M[\cos\varphi + \sin\varphi]$
	TOTAL Exercice II
	TOTAL