

Interrogation de Physique n°4

Sans Documents.

Calculatrice de modèle autorisé

Durée : 1h30

A) Questions générales.

A1 - Une corde de violon en train de vibrer met l'air en mouvement autour d'elle et produit un son. La longueur d'onde du son produit est-elle la même que la longueur d'onde du mode de vibration excité sur la corde ? (réponse en 3 lignes maximum).

A2 - Est-ce qu'une onde progressive peut transporter de la matière ? (oui ou non + brève justification)

B) Question de cours.

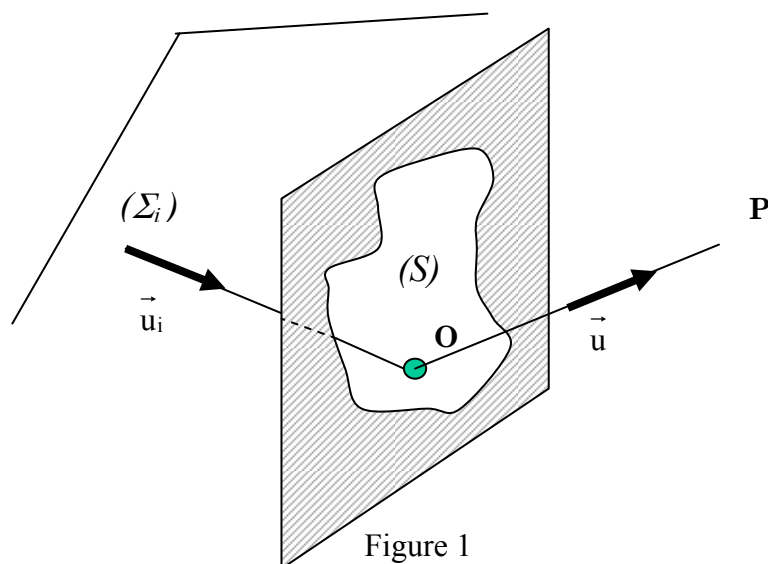


Figure 1

On considère une onde plane de vecteur d'onde $\vec{k}_i = k\vec{u}_i$, ($\vec{u}_i$ vecteur unitaire) incidente sur une ouverture (S) pratiquée dans un plan.

Etablir sous forme d'une intégrale, en indiquant les hypothèses utilisées et en justifiant soigneusement vos calculs, l'expression théorique de l'amplitude de l'onde diffractée à l'infini dans la direction repérée par le vecteur unitaire $\vec{u}$.

Il est conseillé de s'aider d'une reproduction de la Figure 1 ci-contre qui sera complétée.
(1/2 page à 1 page maximum)

Exercice 1. Propagation des ondes électromagnétiques.

Une onde électromagnétique se propage dans le vide, rapporté à un trièdre (O, $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$). Elle possède les composantes suivantes :

$$\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kz) \vec{e}_x \quad \text{et} \quad \vec{B} = B_0 \cos(\omega t - kz + \varphi) \vec{e}_y$$

où E_0 , B_0 , k et ω sont des grandeurs positives. φ représente le déphasage entre $\vec{B}$ et $\vec{E}$.

I)

1. Indiquer la direction et le sens de propagation de cette onde. Exprimer, en fonction des données sa vitesse de phase.
2. Déterminer les conditions que l'on supposera vérifiées par la suite pour que l'onde soit plane et uniforme. On appelle c la vitesse de propagation des ondes électromagnétiques dans le vide. Quelle relation existe-t-il entre E_0 et B_0 ?

3. Déterminer, en fonction de E_0 , ω , k , et des constantes physiques nécessaires, le vecteur de Poynting de cette onde.

II) Cette onde électromagnétique arrive en incidence normale sur une plaque métallique non magnétique de perméabilité μ_0 et de conductivité γ . La face avant de cette plaque est le plan défini par $z = 0$. En tenant compte de cette indication et des indications de A), préciser à l'aide d'une figure, l'orientation du trièdre de référence.

On rappelle que dans un métal, et pour le cas d'une onde plane, le champ électrique est de la forme

$$\vec{E}_t = E_{t0} e^{-\frac{z}{\delta}} \cos(\omega t - \frac{z}{\delta} + \phi) \vec{e}_x, \quad \text{où} \quad \delta = \sqrt{\frac{2}{\mu \gamma \omega}}, \quad \text{auquel on associe le champ complexe}$$

$$\underline{\vec{E}}_t = E_{t0} e^{-\frac{z}{\delta}} e^{j(\omega t - \frac{z}{\delta})} \vec{e}_x$$

4. Quel est le vecteur d'onde $\vec{k}$ de cette onde? Quelle est sa vitesse de propagation ?
 5. Calculer l'expression du champ magnétique associé à cette onde. Quelle est la valeur du rapport des amplitudes du champ électrique et de ce champ magnétique associé ?
 6. Pourquoi, pour un conducteur de conductivité finie, ne peut-il pas exister de courants de surface ? Exprimer alors les conditions de passage sur la surface de séparation. En déduire qu'il existe nécessairement une onde réfléchie $\vec{E}_0'$ dont on donnera l'expression complexe en fonction de $\underline{E}_0'$ (amplitude complexe de l'onde réfléchie), k et ω .

7. Calculer les facteurs de réflexion et de transmission en amplitude $\frac{E_0'}{E_0}$ et $\frac{E_{t0}}{E_0}$. On posera

$$\alpha = \frac{\delta \omega}{c}.$$

Exercice 2. Modes normaux de vibration d'une corde en deux parties.

On considère un système constitué de deux cordes de masse linéique μ_1 et μ_2 et de longueur L_1 et L_2 (Figure 2). Ces deux cordes sont attachées ensemble au point $x = 0$ et fixées aux deux autres extrémités, soit en $x = -L_1$ et $x = L_2$. L'ensemble est tendu avec une tension T qui est la même dans les deux cordes.

Montrer que les fréquences des modes normaux transverses de ce système sont déterminées par l'équation (que l'on ne demande pas de résoudre) :

$$\tan\left(\frac{\omega L_2}{v_2}\right) = -\frac{v_1}{v_2} \tan\left(\frac{\omega L_1}{v_1}\right) \quad \text{où} \quad v_1 = \sqrt{T/\mu_1} \quad \text{et} \quad v_2 = \sqrt{T/\mu_2}$$

Suggestion : dans un mode normal, tous les points de la corde doivent osciller en phase. On peut par conséquent prendre comme solution temporelle $\cos(\omega t)$ et chercher les solutions à l'équation de propagation dans le milieu $i = 1, 2$ sous la forme $y_i(x, t) = f_i(x) \cos(\omega t)$, où $f_i(x)$ est la solution la plus générale pour la partie spatiale de l'onde. Ces solutions, ainsi que leurs dérivées, doivent vérifier un certain nombre de conditions aux limites et de continuité. En particulier une tension uniforme dans la corde impose que $\partial y / \partial x$ soit continu.

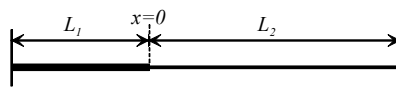


Figure 2

A1	1
A2	1
Question de cours	
La vibration reçue en P est la somme des vibrations da émises par chaque élément dS de l'ouverture	0,25
L'amplitude de da est proportionnelle à dS $da = KdS$	0,25
On prend pour origine des phases la phase de la vibration reçue en P émise par une surface élémentaire centrée autour d'un point O origine.	0,25
Dans ces conditions la phase en P de la vibration émise par une surface $d\Sigma$ centrée en M se compose de deux termes :	0,75
- le terme de phase dû à la différence de marche des trajets MP et OP soit : $k \cdot OH = k u \cdot OM$	0,75
- le terme de phase dû à l'inclinaison de l'onde plane incidente sur le plan de l'ouverture : $-k u' \cdot OM$	(0,75 si les deux relations sont convenablement explicitées par une figure claire faisant apparaître les différences de marche)
	Ne mettre que 0,25 à chaque fois si les signes ou les expressions (justes) ne sont pas explicitées par la figure.
Soit immédiatement :	0,25
Soit :	0,5
$a_{(P,t)} = K'e^{j\omega t} \iint_{(\Sigma)} e^{jk(u-u').OM} d\Sigma$	

Exercice 1 Propagation des ondes électromagnétiques	Barème	Note
A)		
1. Direction : z . Sens de propagation : z>0 car k>0. Vitesse de phase $V_\phi = \omega/k$.	0.25	Total
2. Relation de structure $\vec{B} = \frac{1}{c} [\vec{e}_z \wedge \vec{E}]$ doit être vérifiée : $E_0 = \text{cte}$, $B_0 = \text{cte}$ et $\phi = 0$	0.5	Partie A
$B_0 = (E_0/c)$ et $V_\phi = \omega/k = c$	0.25	2
3. $\vec{R} = \frac{1}{\mu_0 c} E_0^2 \cos(\omega t - kz)^2 \vec{e}_z$.	1	
B)		
figure avec l'orientation du trièdre de référence pour l'onde incidente et pour l'onde réfléchie	0.5+0.5	
4. $\vec{k} = \frac{1}{\delta} \vec{e}_z = \sqrt{\frac{\mu \gamma \omega}{2}} \vec{e}_z$ (exigez le vecteur unitaire)	0.5	
$V = \delta \cdot \omega$	0.5	
5. $\vec{B}_t = E_{t0} \frac{\sqrt{2}}{\omega \delta} e^{-\frac{z}{\delta}} \exp j(\omega t - \frac{z}{\delta} - \frac{\pi}{4}) \vec{e}_y$	1.5	
$\frac{B_t}{E_t} = \frac{\sqrt{2}}{\omega \delta} \exp -j\frac{\pi}{4}$ déphasage retard de $\pi/4$	0.5	
6. Dans un conducteur réel (gamma fini) il ne peut pas y avoir de courant de surface (au sens de la discontinuité) car cela suppose une densité volumique de courant infinie, incompatible avec une conductivité finie, le champ électrique étant lui même fini. Le concept de courant de surface n'est donc valable que pour un conducteur parfait (gamma infini)	0.5	
Les conditions de Continuité de la composante tangentielle de E et de B pour $z = 0$ ne peuvent être vérifiées en même temps sans introduire une onde réfléchie	0.5	
$\vec{E}_0 + \vec{E}_r = \vec{E}_t$ et $\vec{B}_0 + \vec{B}_r = \vec{B}_t$		
$\vec{E} = \vec{E}_0 \exp j(\omega t + kz) \vec{e}_x$	0.5	Calcul des Coefs.
calcul de B' (pas demandé mais nécessaire pour la suite)	0.5	
7. $\vec{E}_0 + \vec{E}_r = \vec{E}_t$ et $-\frac{E_0}{c} + \frac{E_r}{c} = \frac{\sqrt{2}}{\omega \delta} \exp(-j\frac{\pi}{4}) E_{t0}$	0.5 + 0.5	Total 3
$\frac{E_0}{E_0} = \frac{1 - \frac{c\sqrt{2}}{\omega \delta} \exp(-j\frac{\pi}{4})}{1 + \frac{c\sqrt{2}}{\omega \delta} \exp(-j\frac{\pi}{4})}$ et $\frac{E_{t0}}{E_0} = \frac{2}{1 + \frac{c\sqrt{2}}{\omega \delta} \exp(-j\frac{\pi}{4})}$.	0.5 + 0.5	
Total	10	

Exercice 2 - Oscillation d'une corde en deux parties	
Les équations de propagation pour les cordes 1 et 2 s'écrivent respectivement : $\frac{\partial^2 y_1(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v_1^2} \frac{\partial^2 y_1(x,t)}{\partial t^2} \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 y_2(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v_2^2} \frac{\partial^2 y_2(x,t)}{\partial t^2}$ On cherche leurs solutions sous la forme : $y_1(x,t) = f_1(x) \cos(\omega t) \quad \text{et} \quad y_2(x,t) = f_2(x) \cos(\omega t)$ Les équation de propagation deviennent : $f_1''(x) + \frac{\omega^2}{v_1^2} f_1(x) = 0 \quad \text{et} \quad f_2''(x) + \frac{\omega^2}{v_2^2} f_2(x) = 0$ Solutions général de ces équations différentielles : $f_1(x) = A_1 \cos\left(\frac{\omega}{v_1} x\right) + B_1 \sin\left(\frac{\omega}{v_1} x\right)$ $f_2(x) = A_2 \cos\left(\frac{\omega}{v_2} x\right) + B_2 \sin\left(\frac{\omega}{v_2} x\right)$ Continuité de la corde en 0 : $f_1(0) = f_2(0) \Rightarrow A_1 = A_2 = A$ Continuité de la pente de la corde en 0 : $f_1'(0) = f_2'(0) \Rightarrow \frac{B_1}{v_1} = \frac{B_2}{v_2}$ La corde est fixée à ses des deux extrémités : $f_1(-L_1) = 0 \Rightarrow A \cos\left(\frac{\omega L_1}{v_1}\right) = B_1 \sin\left(\frac{\omega L_1}{v_1}\right)$ $f_2(L_2) = 0 \Rightarrow A \cos\left(\frac{\omega L_2}{v_2}\right) = -B_2 \sin\left(\frac{\omega L_2}{v_2}\right)$ Des trois dernières équations on déduit que les solutions doivent vérifier : $\operatorname{tg}\left(\frac{\omega L_2}{v_2}\right) = -\frac{v_1}{v_2} \operatorname{tg}\left(\frac{\omega L_1}{v_1}\right)$	1 1 1 1 1 0,5 0,5 1 Total 7