

Physique : Interrogation n° 4

Jeudi 22 mars 2007

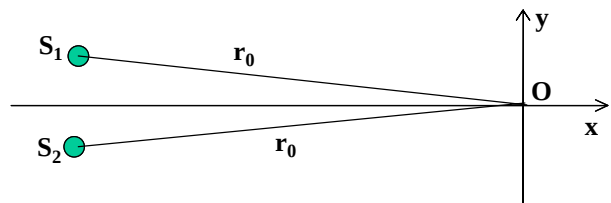
Durée : 1h30

Barème indicatif : Questions de cours : 5 pts, Ex.1 : 6 pts, , Ex.2 : 9 pts

Questions de cours

Deux sources acoustiques S_1 et S_2 ponctuelles, harmoniques, émettent des ondes sphériques de même amplitude A mais de pulsations légèrement différentes ω_1 et ω_2 (avec $\omega_2 > \omega_1$). Leur phase à l'origine (à $t = 0$) est nulle.

Analysons la perturbation résultante au point O tel que $S_1O = S_2O = r_0$. On appelle k_1 et k_2 les nombres d'ondes associés aux ondes issues de S_1 et S_2 .

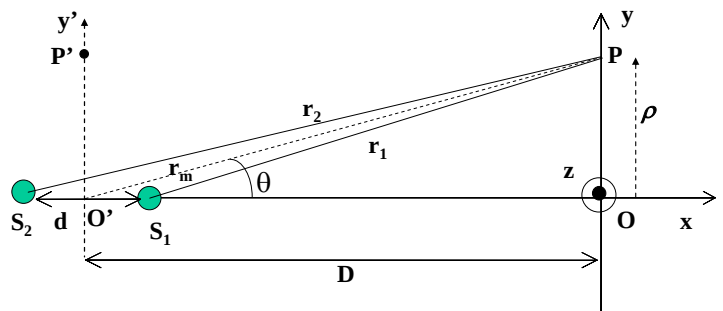


- Ecrire la surpression complexe $\underline{a}(O)$ en O .
- En posant $\Delta\omega = (\omega_2 - \omega_1)/2$, $\omega_M = (\omega_1 + \omega_2)/2$, $\Delta k = (k_2 - k_1)/2$ et $k_M = (k_1 + k_2)/2$, montrer que $\underline{a}(O)$ peut se mettre sous la forme : $\underline{a}(O) = B \cos(\omega_M t - k_M r_0) \cos(\Delta\omega t - \Delta k r_0)$, B étant une constante réelle positive que l'on exprimera en fonction des données.
- Décrire et représenter l'allure temporelle de la surpression en O .

Exercice 1 : Interférences entre deux ondes sphériques

On considère deux sources acoustiques S_1 et S_2 , ponctuelles, distantes de d (voir figure ci-contre), émettant de façon synchrone une surpression sinusoïdale de même fréquence f et de même amplitude A .

O' étant le milieu de S_1S_2 , on a $O'S_1 = O'S_2 = d/2$. On s'intéresse aux interférences dans le plan d'observation yOz tel que $OO' = D$. Dans ce plan d'observation, on repère un point P par la distance $\rho = OP$ et $r_m = O'P$. On appelle θ l'angle entre $O'O$ et $O'P$.



- Sans aucun calcul, indiquer quels sont les lieux d'égale interférence dans le plan yOz . Justifier.
- Exprimez, en fonction de D et d , la différence $(r_2^2 - r_1^2)$ des carrés des chemins parcourus par les deux ondes jusqu'au point P . Dans le cas où D est très supérieure à d , donner une expression approchée de $(r_2 - r_1)$ en fonction de r_m puis en fonction de θ . Pour des points P pas trop éloignés de O (angles θ faibles), établir une approximation au 2^{ème} ordre de $(r_2 - r_1)$ en fonction de ρ . Vérifier la cohérence de ce résultat avec la valeur de $(r_2 - r_1)$ au point O .
- Dans les mêmes conditions que précédemment (d et ρ très inférieurs à D), donner l'expression de l'intensité acoustique en P .
- A.N.:** $D = 10$ m, $d = 1,5$ m, $f = 10$ kHz, vitesse du son dans l'air $V = 340$ m/s.
Calculer la longueur d'onde λ des ondes émises par les sources. Calculer l'ordre d'interférences p_0 en O , défini comme le rapport de $(r_2 - r_1)$ en O par la longueur d'onde λ . Est-on en état d'interférences constructives au point O ? Justifier.
Dans le plan yOz , quelle est la valeur de $(r_2 - r_1)$ aux points d'interférences constructives les plus proches de O ? En déduire la valeur numérique de la distance ρ_1 correspondant à ces points.

Exercice 2 : Transmission d'une onde électromagnétique entre deux milieux diélectriques pour des angles d'incidence supérieurs à l'angle critique

On considère deux milieux diélectriques parfaits (1) et (2), non chargés et non magnétiques séparés par une interface plane. Les indices des deux milieux sont respectivement n_1 et n_2 avec $n_2 < n_1$. On se propose d'étudier la transmission dans le milieu (2) d'une onde plane, uniforme, sinusoïdale, de pulsation ω , se propageant dans le milieu (1) et arrivant en incidence oblique i_1 sur l'interface avec le milieu (2). Le vecteur d'onde $\vec{k}_i$ de l'onde incidente n'a pas de composante suivant Ox (voir figure). On appelle C la vitesse de propagation des ondes électromagnétiques dans le vide.

En un point M de coordonnées (x, y, z) et tel que $\vec{OM} = \vec{r}$, le champ électrique incident s'écrit :

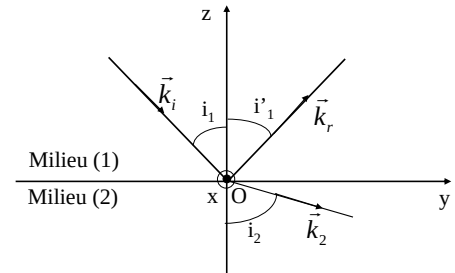
$$\vec{E}_i(\vec{r}, t) = E_{0i} e^{j(\omega t - \vec{k}_i \cdot \vec{r})} \vec{u}_x = E_{0i} e^{j(\omega t - k_{iy}y - k_{iz}z)} \vec{u}_x$$

E_{0i} étant une constante positive, k_{iy} et k_{iz} étant réels.

On écrit le champ transmis dans le milieu (2) ($z < 0$) sous la forme :

$$\vec{E}_2(\vec{r}, t) = E_{02} e^{j(\omega t - \vec{k}_2 \cdot \vec{r})} \vec{u}_x = E_{02} e^{j(\omega t - k_{2y}y - k_{2z}z)} \vec{u}_x$$

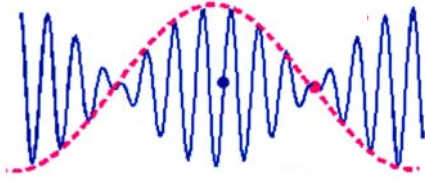
Nous allons étudier les conditions pour que cette onde transmise se propage dans le milieu (2) sous la forme d'une onde plane et uniforme.



1. Exprimer les modules k_i et k_2 des vecteurs d'onde incident et transmis en fonction de n_1 , n_2 , ω et C .
2. Rappeler les lois de Descartes vérifiées par les angles i'_1 et i_2 de réflexion et de transmission respectivement.
3. Exprimer, en fonction de n_1 , ω , C et i_1 , les composantes des vecteurs d'onde $\vec{k}_i$ et $\vec{k}_r$, puis celles du vecteur d'onde $\vec{k}_2$ en fonction de n_2 , ω , C et i_2 . A l'aide des lois de Descartes, exprimer alors k_{2y} en fonction de n_1 , ω , C et i_1 et montrer que $k_{2z}^2 = \frac{\omega^2}{C^2} (n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i_1)$. On rappelle que $n_2 < n_1$. En examinant le signe de k_{2z}^2 , en déduire qu'il existe une valeur limite de i_1 , appelé angle critique i_{1c} , au-delà de laquelle il ne peut plus exister d'onde transmise dans le milieu (2) sous la forme d'une onde progressive plane et uniforme. Exprimer i_{1c} en fonction de n_1 et n_2 .
4. Pour des angles d'incidence supérieurs à i_{1c} , on pose $k_{2z} = \pm j\lambda$, λ étant une constante réelle positive que l'on exprimera. Montrer alors que l'onde excitée dans le milieu (2) s'écrit, pour $z < 0$: $\vec{E}_2(\vec{r}, t) = E_{02} e^{\lambda z} e^{j(\omega t - k_{2y}y)} \vec{u}_x$.
 - a) Quelles sont les surfaces d'onde (lieu des points qui vibrent en phase) de l'onde transmise ? Justifier.
 - b) Donner la direction de propagation de cette onde, son nombre d'onde, son vecteur d'onde et sa vitesse de phase V' . Comment varie V' lorsque i_1 varie de i_{1c} à $\pi/2$?
 - c) Cette onde est-elle uniforme ? Justifier.
 - d) Déterminer, en fonction de λ , la profondeur de pénétration δ , définie comme la distance à l'interface pour laquelle l'amplitude du champ électrique est divisée par e (base des logarithmes népériens).
 - e) Comment appelle-t-on une telle onde ?

Corrigé-Barème Interro Physique 4 du 22 Mars 2007

Questions de cours

	La surpression en O s'écrit : $\underline{a}(O) = \frac{A}{r_0} e^{j(\omega_1 t - k_1 r_0)} + \frac{A}{r_0} e^{j(\omega_2 t - k_2 r_0)}$ $\underline{a}(O) = \frac{A}{r_0} e^{j(\omega_M t - k_M r_0)} (e^{-j(\Delta\omega t - \Delta k r_0)} + e^{-j(\Delta\omega t - \Delta k r_0)})$ $\underline{a}(O) = \frac{A}{r_0} e^{j(\omega_M t - k_M r_0)} (2 \cos(\Delta\omega t - \Delta k r_0))$ $B = \frac{2A}{r_0}$ soit $a(O) = \frac{2A}{r_0} \cos(\omega_M t - k_M r_0) \cos(\Delta\omega t - \Delta k r_0)$ l'expression de $a(O)$ fait apparaître un phénomène de battement ou de modulation  La, fonction sinusoïdale de pulsation ω_M est modulée par l'autre fonction de pulsation $\Delta\omega < \omega_M$.
	TOTAL

Exercice 1 : Interférences entre deux ondes sphériques

1	Symétrie de révolution autour de l'axe Ox. Dans le plan yOz, $r_2 - r_1$ est constant sur un cercle de rayon ρ centré sur O. La figure d'interférences est donc constituée de cercles concentriques centrés sur O.
2	$r_2^2 = \rho^2 + (D + \frac{d}{2})^2 \quad r_1^2 = \rho^2 + (D - \frac{d}{2})^2$ $r_2^2 - r_1^2 = (D + \frac{d}{2})^2 - (D - \frac{d}{2})^2 = 2dD$ $(r_2 - r_1) = \frac{2dD}{r_1 + r_2} \approx \frac{2dD}{2r_m} = \frac{dD}{r_m} \text{ si } D \gg d$ Avec $\cos \theta = \frac{D}{r_m}$ et θ faible, $(r_2 - r_1) \approx d \cos \theta \approx d(1 - \frac{\theta^2}{2})$ ce qu'on peut écrire directement Avec $\tan \theta \approx \theta = \frac{\rho}{D}$, $(r_2 - r_1) \approx d(1 - \frac{\rho^2}{2D^2})$ On vérifie qu'en O ($\rho = 0$), $(r_2 - r_1) = d$
3	$I = 4 \frac{A^2}{r_m^2} \cos^2 \frac{\varphi}{2} \quad \text{avec} \quad \varphi = \frac{2\pi(r_2 - r_1)}{\lambda}$
4	$\lambda = \frac{V}{f} = 3,4 \text{ cm}$ En O, $\delta(O) = (r_2 - r_1) = d = p_0 \lambda$ soit $p_0 = \frac{d}{\lambda} = \frac{df}{V}$

	A.N. $p_0 = \frac{d}{\lambda} = \frac{df}{V} = 44,118$ non entier donc on n'a pas interférences constructives en O Quand ρ augmente, $(r_2 - r_1)$ diminue. Le premier anneau correspond à l'entier p_1 immédiatement inférieur à p_0 Donc $p_1 = 44$ $(r_2 - r_1) = 44\lambda$ $(r_2 - r_1) = d(1 - \frac{\rho_1^2}{2D^2}) = p_1\lambda \Rightarrow \rho_1^2 = 2D^2(1 - \frac{p_1\lambda}{d}) = 2D^2(1 - \frac{p_1}{p_0})$ Soit $\rho_1 = D\sqrt{2(1 - \frac{p_1}{p_0})} = 0,73m = 73cm$
	TOTAL

Exercice 2 : Transmission d'une onde électromagnétique entre deux milieux diélectriques pour des angles d'incidence supérieurs à l'angle critique

1	$k_i = \frac{\omega}{V_1} = n_1 \frac{\omega}{C}$ $k_2 = \frac{\omega}{V_2} = n_2 \frac{\omega}{C}$	0,25+0,25
2	$i_1' = i_1$ $n_2 \sin i_2 = n_1 \sin i_1$	0,25 0,25
3	$\vec{k}_i = n_1 \frac{\omega}{C} (\sin i_1 \vec{u}_y - \cos i_1 \vec{u}_z)$ $\vec{k}_r = n_1 \frac{\omega}{C} (\sin i_1 \vec{u}_y + \cos i_1 \vec{u}_z)$ $\vec{k}_2 = n_2 \frac{\omega}{C} (\sin i_2 \vec{u}_y - \cos i_2 \vec{u}_z)$ Comme $n_2 \sin i_2 = n_1 \sin i_1$ $k_{2y} = n_1 \frac{\omega}{C} \sin i_1$ ce qui traduit l'égalité des composantes tangentielle des vecteurs d'onde à l'interface (non demandé) $k_{2z}^2 = k^2 - k_{2y}^2 = n_2^2 \frac{\omega^2}{C^2} - n_1^2 \frac{\omega^2}{C^2} \sin^2 i_1 = \frac{\omega^2}{C^2} (n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i_1)$ Pour que l'onde transmise soit une onde plane uniforme, il faut k_{2z} réel donc $k_{2z}^2 > 0$ donc $(n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i_1) > 0$ soit $\sin i_1 < \frac{n_2}{n_1}$ avec $\frac{n_2}{n_1} < 1$ On a donc $i_{1c} = \arcsin(\frac{n_2}{n_1})$ Pour $i_1 > i_{1c}$ ($\sin i_2 > 1$), on n'a plus d'onde plane uniforme transmise.	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5
4	$k_{2z} = \pm j \frac{\omega}{C} \sqrt{(n_1^2 \sin^2 i_1 - n_2^2)} = \pm j\lambda$ soit $\lambda = \frac{\omega}{C} \sqrt{(n_1^2 \sin^2 i_1 - n_2^2)}$ Pour $k_{2z} = j\lambda$, $\vec{E}_2 = \vec{E}_{02} e^{j\lambda z} e^{j(\omega t - k_{2y} y)} \vec{u}_x$ ($z < 0$) avec $k_{2y} = n_1 \frac{\omega}{C} \sin i_1$ Pour $k_{2z} = -j\lambda$, la solution n'est pas physiquement acceptable car l'amplitude augmente quand on s'éloigne de l'interface a) surfaces d'onde : surface équiphase $y = \text{cste} = \text{plans } xOz$ b) Direction de propagation Oy nombre d'onde k_{2y} vecteur d'onde $k_{2y} \vec{u}_y$	0,5 1 0,25 0,5 0,25 0,25 0,25

	vitesse de phase $V' = \frac{\omega}{k_{2y}} = \frac{C}{n_1 \sin i_1}$	0,25
	Lorsque i_1 varie de i_{1c} à $\pi/2$, V' diminue de $\frac{C}{n_1 \sin i_{1c}} = \frac{V_1}{\sin i_{1c}}$ à V_1 .	0,25
	c) Onde non uniforme car son amplitude dépend de z donc n'est pas constante dans un plan d'onde	0,5
	d) $\frac{E_{02}}{e} e^{\lambda z} = \frac{E_{02}}{e} \Rightarrow \lambda z = -1 \Rightarrow z = -\frac{1}{\lambda} \Rightarrow \delta = \frac{1}{\lambda}$	0,25
	e) Onde évanescente	0,25
	TOTAL	9 Pts