INSA –1er Cycle
SCAN 70-71-72

Mercredi 26 mai 2004

INTERROGATION n°3

1H

(sans document, calculatrice de base autorisée)

Questions de cours

1. On éclaire un réseau constitué de fentes parallèles et fonctionnant en transmission. Les fentes sont distantes de d et leur taille est inférieure à la longueur d'onde considérée. On appelle i l'angle que fait la direction incidente et i' celui de la direction réfléchie considérée, ces angles étant repérés par rapport à la normale du réseau. Quelle est l'expression de la différence marche entre deux fentes successives ? Vous distinguerez tous les cas possibles et préciserez pour chacun la convention de signe adoptée ainsi que les signes de i et de i'.

2. Un exemple d'utilisation des réseaux est l'analyse spectrale d'une source. Pour un réseau avec N fentes qui interfèrent et distantes de d, on estime la largeur du pic de diffraction selon : $\Delta\sin(\theta_k)=\lambda/Nd$, pour des conditions de diffraction correspondant à $\sin(\theta_k)=k\lambda/d$.
Dans le cas d'une source avec deux longueurs d'onde λ_1 et λ_2 voisines, rappeler la définition du pouvoir de résolution R du réseau considéré et indiquer clairement le critère retenu pour établir l'expression de R.

3. On dispose d'une source laser quasi-monochromatique 'naturelle', pour laquelle la direction de polarisation est aléatoire. Indiquer deux dispositifs permettant d'obtenir une polarisation rectiligne, en précisant le principe de fonctionnement ou la propriété utilisée.

Exercice 1 : Réseau en transmission

On utilise un réseau par transmission. Ce réseau est constitué de N fentes espacées de d (nombre de fentes par unité de longueur n=1/d). Ce réseau est éclairé par un faisceau de lumière parallèle de longueur d'onde λ dans l'air. On appelle i l'angle d'incidence du faisceau avec la normale au réseau et i' l'angle du faisceau diffracté avec cette normale.

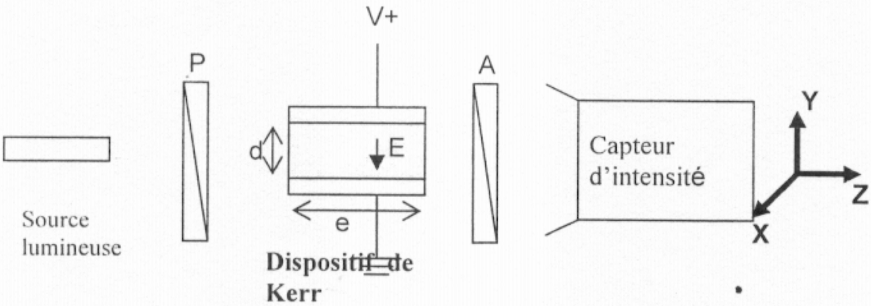
1) Exprimer la déviation D du faisceau, en fonction de i et i', pour les maxima principaux de diffraction. On précisera clairement les conventions de signe choisies pour exprimer i et i'.
2) L'angle i' étant nul, calculer la déviation du faisceau correspondant au spectre d'ordre k=1, en fonction de λ et n. A.N. $n=1000\,mm^{-1}$, $\lambda=0{,}6328\,\mu m$.
3) On veut pouvoir étaler une variation de longueur d'onde de 1nm sur 1mm de plaque photographique. Pour cela le faisceau diffracté, **avec i'=0**, attaque parallèlement à son axe optique une lentille convergente de distance focale f'=1m.

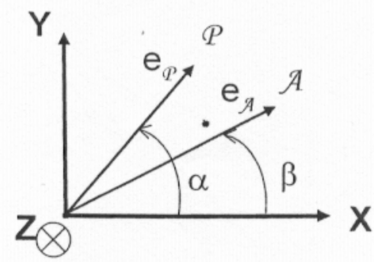
a) faire un schéma du dispositif
b) exprimer numériquement la dispersion minimale exigée du réseau, $di'/d\lambda$, en radian par mm.
c) Sachant que l'ordre k=1 et $\lambda=0{,}6328\,\mu m$, est-ce que la valeur de $n=1000\,mm^{-1}$ permet d'atteindre l'étalement voulu (démonstration demandée) ?
d) Quelle est le pouvoir de résolution de ce réseau pour k=1 (en fonction de N) ?
e) Quelle valeur minimale doit avoir N pour que les longueurs d'onde $0{,}63280\,\mu m$ et $0{,}63281\,\mu m$ soient séparées ? En déduire la largeur totale minimale que l'on doit donner à ce réseau pour qu'il en soit ainsi.

U

Exercice 2 : Milieux anisotropes – Etude d'une cellule de Kerr.

En 1875, J. Kerr a mis en évidence l'effet photo-électrique qui consiste à rendre un matériau biréfringent sous l'action d'un champ électrique. Le dispositif à analyser est schématisé ci-dessous :





Une source lumineuse émet une onde plane se propageant suivant la direction **Z**, d'intensité I_0. Un polariseur placé entre la source et le dispositif de Kerr permet de sélectionner la direction de polarisation $\mathcal{P}$ selon un angle α vis à vis de l'axe horizontal X à l'entrée de la cellule. Celle-ci est constituée de nitrobenzène ($C_6H_5NO_2$) placé entre deux armatures planes entre lesquelles est appliquée une différence de potentiel positive **V+**. L'onde traverse la cellule de Kerr sur la longueur e puis atteint l'analyseur $\mathcal{A}$, dont la direction de polarisation fait un angle β par rapport à l'horizontale. L'intensité transmise est mesurée à l'aide d'une cellule photo-voltaïque par exemple.

1. Expliquer qualitativement pourquoi sous l'action du champ électrique **E** le nitrobenzène devient biréfringent.

2. Quelle est l'orientation de l'axe optique ainsi créé ?

3. Kerr a montré expérimentalement que les indices ordinaires et extraordinaires vérifient

$$n_e - n_o = \gamma \lambda E^2$$

où λ est la longueur d'onde considérée, **E** le champ électrique appliqué et γ une constante qui dépend de la substance utilisée, positive pour le nitrobenzène.
Dès lors, indiquer si la direction extraordinaire correspond à un axe de propagation rapide ou lent vis à vis de la direction ordinaire.

4. On considèrera que $I = |a.\bar{a}|$, avec a l'amplitude complexe de l'onde.

Pour une direction de polarisation repérée par l'angle α :

a. Quel est le déphasage φ introduit entre les directions ordinaire et extraordinaire ?
b. Quelles sont les composantes a_X et a_Y de l'onde issue du polariseur et qui a traversé la cellule de Kerr en fonction de α, I_0 et du déphasage φ avant son passage dans l'analyseur ?
c. Donner l'expression de l'onde issue de l'analyseur en calculant la composante de l'onde suivant $\mathbf{e}\mathcal{A}$, la direction de l'analyseur.
d. En déduire l'intensité issue de l'analyseur en fonction de α, β, I_0 et φ.
e. Quelle est l'expression du contraste associé à cette intensité ?

f. En écrivant le contraste sous la forme $\Gamma=2.A.B/(A^2+B^2)$, on peut montrer qu'il est maximum pour $|A|=|B|$. Après avoir rappelé les expressions A et de B, expliciter les conditions sur α et β pour que ce contraste soit maximum.

5. Dans le cas où $\mathcal{P}$ et $\mathcal{A}$ sont croisés (leur direction est perpendiculaire) et pour une polarisation incidente α de45° :

a. Quelle est la valeur de l'intensité observée après l'analyseur lorsqu'aucune tension n'est appliquée à la cellule ($V_+ = 0$) ?

b. Quelle tension faut-il appliquer pour rétablir I_A issue de l'analyseur égale à I_0 ? Donner la forme littérale et faire ensuite l'application numérique.

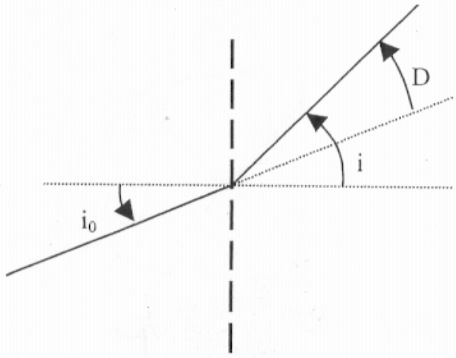
A.N. : $\gamma=3{,}84\ 10^{-12}\ \mathrm{mV}^{-2}$, d=1cm, e=5cm.

G70-71 / Interro 3 / Bareme /20

Ex 1 $a(\sin i_k - \sin i_0) = k\lambda$ 0,5

1)Formule des réseaux pour un maximum de lumière diffractée à l'ordre k : $\boxed{\sin i_k = \sin i_0 + \frac{k\lambda}{a}}$ 0,5

2)



$\boxed{D = i - i_0}$ 0,5

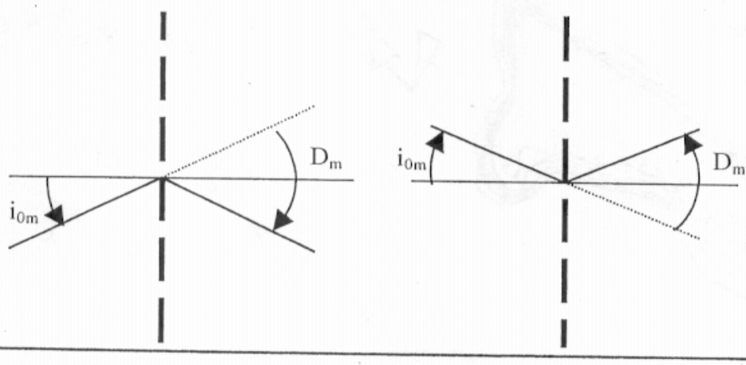
3)Si D présente un extrémum alors $dD/di_0 = di_k/di_0 - 1 = 0$ soit $di_k = di_0$. 0,5

D'autre part ,en différenciant la formule des réseaux à k et λ fixés , il vient : $\cos i_k \, di_k - \cos i_0 \, di_0 = 0$ 0,5

Ainsi $\cos i_k = \cos i_{0m}$ soit $i_k = i_{0m}$ (sans intérêt car cela ne correspond qu'à l'ordre nul) ou $i_k = - i_{0m}$.

Finalement $\boxed{D_m = -2\, i_{0m}}$ 1

4)Tracés de rayons au minimum de déviation 1 ; 1



5)

5.1 $\boxed{i_{0m} = -16{,}84°}$ 1

5.2 $\lambda = \lambda_0 \dfrac{\sin(i_{0m})_{Cd}}{\sin(i_{0m})_{Hg}} = 643{,}8 \text{ nm}$ 1 ; 0,5

5.3 $a = \dfrac{\lambda}{\sin(\frac{D_m}{2})} = 2{,}22\ \mu m$ 1

5.4 $N^* = \dfrac{1}{a} = 450$ traits / mm 1

Interro 3 (suite)

Barème /20

Ex2 /10

1) $n_y = n_e$; $n_x = n_o$ — 0,5

$n_o > n_e \Rightarrow$ l'axe Oy (n_e) est l'axe rapide — 0,5

retard de phase $\varphi = \dfrac{2\pi e (n_y - n_x)}{\lambda_0}$ — 0,5

$\Rightarrow$ phase $= -\varphi = \dfrac{2\pi e (n_o - n_e)}{\lambda_0}$ — 0,5

2) $e_1 \rightarrow \delta_1 = e_1(n_o - n_e) = 60\,\mu m$

$= 100{,}0001\,\lambda_0$ — 1

$\Rightarrow$ lame onde

$e_2 \rightarrow \delta_2 = e_2(n_o - n_e) = 60{,}3\,\mu m$ — 1

$= 100{,}5\,\lambda_0$

$\Rightarrow$ lame demi-onde

$e_1 \rightarrow$ vibration rectiligne polarisée // à $\vec{OP}$ (polariseur) — 1

$e_2 \rightarrow$ " " " $\perp$ à OP — 1

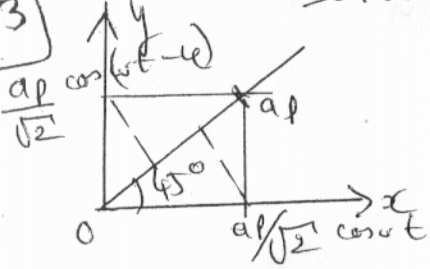
$[\,D_x = \frac{a}{\sqrt{2}}\cos\omega t,\ D_y = \frac{a}{\sqrt{2}}\cos(\omega t - \varphi) = -\frac{a}{\sqrt{2}}\cos\omega t\,]$

e_3 : il faut une lame quart d'onde — 0,5

$e_3(n_o - n_e) = (2k+1)\lambda_0/4$; $e_3 = \dfrac{(2k+1)\lambda_0}{4(n_o - n_e)}$ — 0,5

3) sortie polariseur : $D_p = a_p\cos\omega t$; sortie lame : $D_x = \frac{a_p}{\sqrt{2}}\cos\omega t,\ D_y = \frac{a_p}{\sqrt{2}}\cos(\omega t - \varphi)$ — 0,5

sortie analyseur :



$\underline{A} = \frac{a_p}{2}(1 + e^{-j\varphi}) = \frac{a_p}{2} e^{-j\varphi/2}(e^{j\frac{\varphi}{2}} + e^{-j\frac{\varphi}{2}})$ — 0,5

$= a_p e^{-j\varphi/2}\cos\varphi/2$; $A = a_p\cos\frac{\varphi}{2}\cos(\omega t - \frac{\varphi}{2})$ — 0,5

$I = I_0\cos^2\varphi/2$; $I_0 = a_p^2$ — 0,5

e_1 lame onde $\varphi = 2k\pi$ $I_A = I_0$ — 0,5

e_2 " ½ onde $\varphi = (2k+1)\pi$ $I_A = 0$ — 0,5

(1,5) soit $n = \sqrt{2}\,x = \boxed{\dfrac{\sqrt{2}\,n_o n_e}{\sqrt{n_o^2+n_e^2}}}$ sur Ox (1) et n_o sur Oy (0,5)

b) 

polarisation (0,5)
retard (0,5)

$\Sigma_{1e} \to n \in [n_o, n_e] > n_o$ (en retard)

$\Sigma_{1o} \to n_o$

~~(1)~~ 0,5 c) L'onde Σ_{1o} vibre // à Oy, elle prendra l'indice n.
L'onde Σ_{1e} vibre // à Ox, elle prendra l'indice n_o
donc : $\underline{\delta = 0}$ (∀ épaisseur)

(0,5) d) Il faut décaler transversalement les ondes Σ_1 et Σ_2, ce que ne ferait pas une taille parallèle.

Si taille // élimine biréfringence noter (0)